

أولا الجبر

التناسب

تذكر

- النسبة هى إحدى طرق المقارنة بين كميتين من نفس النوع.
- يمكن التعبير عن النسبة بين الكمية a والكمية b بإحدى الطرق: a إلى b أو a : b أو $\frac{a}{b}$

مفهوم التناسب التناسب هو تساوي نسبتين أو معدلين على الأقل.

مثال

تساوى نسبتين (تناسب)

$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ ، $\frac{2}{3} \xrightarrow{\times 2} \frac{4}{6}$

تساوى معدلين (تناسب)

$\frac{\text{80 كيلو متر}}{\text{1 ساعة}} = \frac{\text{160 كيلو متر}}{\text{2 ساعة}}$ ، $\frac{80}{1} = \frac{160}{2}$ (÷ 2)

كتابة التناسب

افترض التناسب التالى : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ فإن الكميات a, b, c, d على الترتيب توصف بأنها كميات متناسبة.

ويمكن كتابة التناسب كالتالى $a : b = c : d$ (الطرفان a, d ، الوسطان b, c)

يسمى الحدان a, d **بالطرفين**

ويسمى الحدان b, c **بالوسطين**

مثال

$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$

الحل

الكميات ، ، ، كميات متناسبة

، طرفي التناسب الطرفين ، ، وسطي التناسب الوسطين

خاصية الضرب التبادلى

خاصية

إذا كان : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ فإن : $a \times d = b \times c$ (الضرب التبادلى)

إذا كان : $a \times d = b \times c$ فإن : a , b , c , d فى تناسب.

تدريب

فى كل من التناسبات التالية، أوجد حاصل ضرب الطرفين وحاصل ضرب الوسطين وقارن بينهما.

① $\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$

② $\frac{24}{32} = \frac{3}{4}$

③ $\frac{6}{18} = \frac{2}{6}$

تحديد التناسب باستخدام الضرب التبادلى

مثال

حدد أيًا من أزواج النسب التالية يمثل تناسبًا.

1) $\frac{12}{21}$, $\frac{4}{7}$

الحل

① $\frac{12}{21} \overset{?}{=} \frac{4}{7}$

استخدم الضرب التبادلى $12 \times 7 \overset{?}{=} 21 \times 4$

$84 = 84$

لذا زوج النسب $\frac{12}{21}$, $\frac{4}{7}$ يمثل تناسبًا

لاحظ

يمكن حل المسألة بتبسيط النسبة $\frac{12}{21}$

$\frac{12}{21} = \frac{4}{7}$ ($\div 3$ للبسط والمقام)

2) $\frac{10}{25}$, $\frac{6}{10}$

الحل

② $\frac{10}{25} \overset{?}{=} \frac{6}{10}$

استخدم الضرب التبادلى $10 \times 10 \overset{?}{=} 25 \times 6$

$100 \neq 150$

لذا زوج النسب $\frac{10}{25}$, $\frac{6}{10}$ لا يمثل تناسبًا

حاول بالطريقة الأخرى

تدريب

حدد أيًا من أزواج النسب التالية يمثل تناسبًا.

1) $\frac{10}{20} \overset{?}{=} \frac{4}{8}$

....

2) $\frac{25}{40} \overset{?}{=} \frac{30}{42}$

....

تحديد التناسب باستخدام التمثيل البيانى

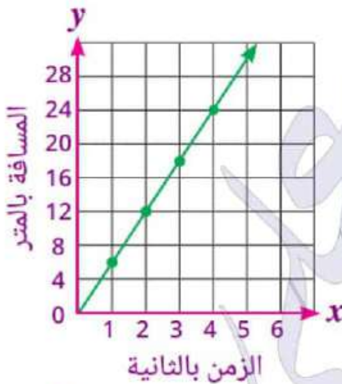
مثال

نلاحظ الأن الكميات المقابلة يمثلها

- نقاط تقع على خط مستقيم
- يمر بنقطة الأصل

وهو الشرط اللازم لكي تكون كميات متناسبة

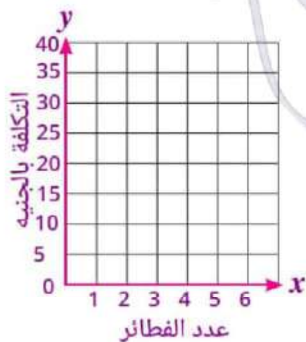
المسافات المقطوعة	
الزمن بالثانية	المسافة بالمتر
1	6
2	12
3	18
4	24



تدريب

في الجدول المقابل باستخدام التمثيل البياني بين هل يشتمل على كميات تمثل تناسباً أم لا

سعر الفطائر شامل رسوم التوصيل	
عدد الفطائر	التكلفة بالجنيه
1	15
2	20
3	30
4	35



حـل التناسـب

ويعني إيجاد أحد الحدود الناقصة في التناسب

مثال حل التناسب : $\frac{12}{16} = \frac{21}{X}$

الحل

المقصود بحل التناسب إيجاد القيمة المجهولة فى التناسب.

اكتب التناسب $\frac{12}{16} = \frac{21}{X}$

استخدم الضرب التبادلى $X \times 12 = 16 \times 21$

اضرب $12X = 336$

اقسم على 12 $\frac{12X}{12} = \frac{336}{12}$

بسط $X = 28$

◂ يمكنك تبسيط النسبة $\frac{12}{16}$ قبل إجراء الضرب التبادلى

$$\frac{12}{16} = \frac{3}{4} \quad (\div 4)$$

فيصبح التناسب $\frac{3}{4} = \frac{21}{X}$

◂ يمكنك حل التناسب السابق باستخدام الحساب الذهنى مباشرة

$$\frac{3}{4} = \frac{21}{X} \quad (\times 7)$$

إذن : $X = 28$

تدريب حل كلًا من التناسبين الآتيين :

① $\frac{2}{5} = \frac{X}{20}$

....
....
....

② $a : 36 = 25 : 20$

....
....
....

مثال يزن جسم على الأرض 90 نيوتن، إذا علمت أن وزنه على القمر 15 نيوتن، فكم يبلغ وزن جسم آخر على القمر إذا كان وزنه على الأرض 60 نيوتن؟

الحل

افرض أن X تمثل وزن الجسم الآخر على القمر إذن : $\frac{X}{60} = \frac{15}{90}$ كتابة التناسب

$15 \times 60 = 90 \times X$ الضرب التبادلى

$900 = 90X$ الضرب

$\frac{900}{90} = \frac{90X}{90}$ القسمة على 90

$10 = X$ التبسيط أى أن وزن الجسم الآخر على القمر 10 نيوتن.

تدريب إذا قطعت سيارة مسافة 320 كيلومتر فى 4 ساعات، فكم ساعة تحتاجها هذه السيارة لتقطع مسافة 480 كيلومتر أخرى إذا تحركت وفق نفس المعدل؟

....
....
....
....

الواجب

السؤال الأول: إختر الأجابة الصحيحة

① أى مما يلى يمثل تناسبًا؟

(أ) ثمن 3 كجم من الموز هو 54 جنيهًا، وثمن 5 كجم من الموز هو 80 جنيهًا.

(ب) 10 أهداف من 12 محاولة، 12 هدفًا من 18 محاولة.

(جـ) قراءة 3 كتب فى شهرين، وقراءة 9 كتب فى ستة شهور.

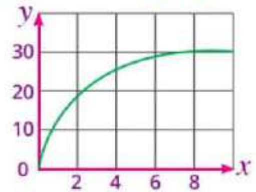
(د) 144 نبضة فى دقيقتين ، و210 نبضات فى ثلاث دقائق.

② يستطيع مجدى الجرى مسافة 75 مترًا فى 25 ثانية، إذا استمر بنفس سرعته، فأى تناسب مما يأتى يمكنك استخدامه لإيجاد الزمن (x) الذى يحتاجه لقطع مسافة 300 متر؟

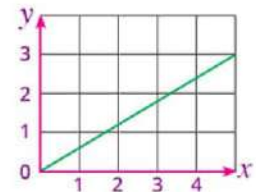
(أ) $\frac{75}{25} = \frac{x}{300}$ (ب) $\frac{75}{25} = \frac{300}{x}$

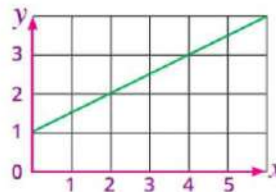
(جـ) $\frac{25}{x} = \frac{300}{75}$ (د) $\frac{75}{x} = \frac{300}{25}$

③ أى من العلاقات المبينة فى كل مما يلى تمثل تناسبًا؟


(أ)


(ب)


(جـ)


(د)

④ فريق ـس خسر من فريق ص فى كرة السلة بنسبة 4 : 3 فإن نتيجة المباراة يمكن أن تكون ....

(أ) 10 أهداف للفريق ـس و 12 هدفًا للفريق ص

(ب) 4 أهداف للفريق ـس و 16 هدفًا للفريق ص

(جـ) 16 هدفًا للفريق ـس و 12 هدفًا للفريق ص

(د) 30 هدفًا للفريق ـس ، 40 هدفًا للفريق ص

⑤

⑥ إذا كان : $\frac{35}{21} = \frac{x}{3}$ فكم تساوى x ؟

(أ) 3   (ب) 5   (جـ) 7   (د) 9

⑦ يقطع وليد مسافة 320 كم فى 2.5 ساعة، كم يحتاج من الوقت ليقطع مسافة 64 كم إذا سار بنفس المعدل ؟

(أ) 5 ساعات   (ب) $\frac{1}{2}$ ساعة   (جـ) $\frac{1}{4}$ ساعة   (د) ساعتان

⑧ كانت قطعتان من الجبن تحتويان على 230 سعرًا حراريًا. ما عدد السعرات الحرارية فى 5 قطع من الجبن من نفس النوع ؟

(أ) 500   (ب) 550   (جـ) 575   (د) 615

⑨ أى من أزواج النسب الآتية لا يمثل تناسبًا ؟

(أ) $\frac{1}{8}$ ، $\frac{4}{32}$ (ب) $\frac{3}{2}$ ، $\frac{9}{4}$ (جـ) $\frac{1}{5}$ ، $\frac{16}{80}$ (د) $\frac{9}{18}$ ، $\frac{21}{42}$

⑩ يحتاج أحمد إلى شراء علب تونة ، إذا كان ثمن 3 علب منها 126 جنيهًا ، فكم سينفق أحمد عند شراء 5 علب ؟

(أ) 42 جنيهًا   (ب) 84 جنيهًا   (جـ) 126 جنيهًا   (د) 210 جنيهات

⑪ فى حفلة عائلية إذا كانت نسبة الأطفال إلى الكبار 5 : 2 فأى مما يأتى يمكن أن يكون عدد الأطفال وعدد الكبار ؟

(أ) 64 طفلًا و 160 كبيرًا   (ب) 46 طفلًا و 192 كبيرًا

(جـ) 20 طفلًا و 51 كبيرًا   (د) 8 أطفال و 30 كبيرًا

⑫ إذا كان : $\frac{x}{15} = \frac{2}{5}$ فما قيمة $x + 4$ ؟

(أ) 6   (ب) 8   (جـ) 10   (د) 12

⑬ إذا كان 15% من x يساوى 20% من y، فكم تساوى $x : y$؟

(أ) 5 : 4   (ب) 3 : 2

(جـ) 4 : 3   (د) 3 : 4

السؤال الثاني: في كل مما يأتي هل الكميات متناسبة؟ وإذا كانت متناسبة أكتب التناسب

① 5 , 8 , 15 , 24

② 12 , 27 , 16 , 18

السؤال الثالث: أي مما يلي يمثل تناسباً

① $\frac{2}{5} \stackrel{?}{=} \frac{4}{10}$

② $\frac{3}{4} \stackrel{?}{=} \frac{6}{9}$

③ $\frac{15}{25} \stackrel{?}{=} \frac{30}{60}$

④ $\frac{5}{4} \stackrel{?}{=} \frac{7.5}{6}$

السؤال الرابع: حل التناسبات التالية

① $\frac{3}{4} = \frac{x}{20}$

② $\frac{15}{x} = \frac{30}{12}$

③ $a : 16 = 5 : 4$

④ $\frac{1}{3} = \frac{2}{b+1}$

السؤال الخامس: أكمل التناسبات التالية

① $\frac{6}{8} = \frac{_}{_}$

② $\frac{20}{25} = \frac{36}{_}$

③ $\frac{48}{72} = \frac{_}{15}$

④ $\frac{12}{_} = \frac{_}{15}$

السؤال السادس:

اشترى يوسف 8 تفاحات بمبلغ 60 جنيها ، كم تفاحة من نفس النوع يمكن أن يشتريها يمبغ 105 جنيهات .

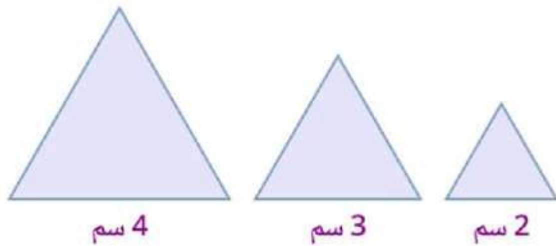
السؤال السابع:

تستخدم سيارة 5 لترات من البنزين لقطع مسافة 40 كم.
ما هى كمية البنزين التى تحتاجها السيارة لتقطع مسافة 128كم إذا سارت بنفس المعدل؟

السؤال الثامن:

تقرأ إيمان 10 صفحات فى 40 دقيقة، فما الزمن بالساعات الذى تستغرقه فى قراءة كتاب من 120 صفحة إذا قرأت بنفس المعدل؟

السؤال التاسع:



4 سم 3 سم 2 سم

كل المثلثات السابقة هى مثلثات متساوية الأضلاع.
هل العلاقة بين محيط المثلث وطول ضلعه فى المثلثات المتساوية الأضلاع تمثل علاقة تناسب؟ \

تطبيقات النسبة والتناسب

تذكر

◂ 1 كيلومتر = 1,000 متر ◂ 1 متر = 10 ديسيمتر = 100 سنتيمتر ◂ 1 سنتيمتر = 10 ميللميتر

أولاً مقياس الرسم

يمثل مقياس الرسم أساسًا فى فهم ورسم الخرائط، ويعتبر أداة أساسية وفعالة فى الرسم الهندسى وبناء النماذج.

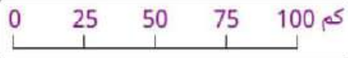
مفهوم مقياس الرسم

مقياس الرسم هو نسبة تقارن بين البُعد فى الرسم أو النموذج إلى البُعد الحقيقى.

$$\text{مقياس الرسم} = \frac{\text{الطول فى الرسم}}{\text{الطول الحقيقى}}$$

ملاحظة

◂ **يمكن التعبير عن مقياس الرسم فى الخرائط بالشكل التالى :**



وهذا يعنى أن كل 1 سم على الخريطة يمثل 25 كم فى الحقيقة.

مثال

إذا كان مقياس الرسم على الخريطة هو 1 : 600,000 وكانت المسافة بين نقطتين على الخريطة تساوى 4.5 سم.

أوجد المسافة الحقيقية بين النقطتين.

الحل

حيث إن مقياس الرسم $= \frac{\text{المسافة على الخريطة}}{\text{المسافة الحقيقية}}$

أى أن $\frac{1}{600,000} = \frac{\text{4.5 سم}}{\text{المسافة الحقيقية}}$

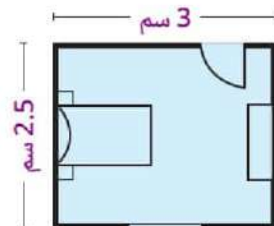
1 × المسافة الحقيقية = 600,000 × 4.5 سم (الضرب التبادلى)

المسافة الحقيقية = 2,700,000 سم

$= \frac{2,700,000}{100 \times 1,000} = 27$ كم

مثال

يمثل الشكل نموذجًا مصغرًا لغرفة حيث إن كل 1 سم فى النموذج يمثل 1.2 متر فى الحقيقة ، فما مساحة الغرفة الحقيقية ؟



الحل

مقياس الرسم $= \frac{\text{الطول فى الرسم}}{\text{الطول الحقيقى}}$

$\frac{\text{1 سم}}{\text{1.2 متر}} = \frac{\text{3 سم}}{\text{طول الغرفة الحقيقى}}$

طول الغرفة الحقيقى = 3 × 1.2 = 3.6 متر

$\frac{\text{1 سم}}{\text{1.2 متر}} = \frac{\text{2.5 سم}}{\text{عرض الغرفة الحقيقى}}$

عرض الغرفة الحقيقى = 2.5 × 1.2 = 3 أمتار

مساحة الغرفة الحقيقية = 3.6 × 3 = 10.8 متر مربع

◂ يمكنك استخدام خط الأعداد المزدوج لإيجاد طول الغرفة.



ملاحظة هامة

- إذا كان مقياس الرسم < 1 فإنه يدل على التصغير.
- إذا كان مقياس الرسم > 1 فإنه يدل على التكبير.

تدريب

التقطت سمر صورة مكبرة لإحدى الحشرات الدقيقة، فإذا كان طول الحشرة فى الصورة هو 12 سم وطولها الحقيقى 3 مم، أوجد مقياس الرسم.

....

تدريب

تم عمل نموذج لقطعة أرض على شكل مستطيل بعداه 6 سم، 5 سم حيث إن كل 1 سم فى النموذج يمثل 5 أمتار فى الحقيقة .فما هو محيط قطعة الأرض لعمل سياج حولها؟

....

ثانيا التقسيم التناسبى

مفهوم التقسيم التناسبى

التقسيم التناسبى هو تقسيم شىء (مال أو أرض أو وزن أو ...) إلى جزأين أو أكثر بنسبة معلومة.
يستخدم التقسيم التناسبى فى العديد من التطبيقات الحياتية، منها تقسيم الأرباح وتقسيم الميراث، وغيرها من التطبيقات الأخرى.

ملاحظة:
يمكنك استخدام الآلة الحاسبة فى إجراء العمليات الحسابية ، والتأكد من صحة النواتج.

مثال

إذا كانت النسبة بين عدد ذرات الهيدروجين إلى عدد ذرات الأكسجين فى جزىء الماء كنسبة 1 : 2 ، فما عدد ذرات كل منهما فى جزء من قطرة ماء يحتوى على 1,200,000 ذرة؟

الحل

نسبة الهيدروجين إلى الأكسجين هى 1 : 2

مجموع الأجزاء = 1 + 2 = 3

قيمة الجزء = $\frac{1,200,000}{3}$ = 400,000 ذرة

عدد ذرات الأكسجين = 1 × 400,000 = 400,000 ذرة

عدد ذرات الهيدروجين = 2 × 400,000 = 800,000 ذرة

- يمكنك حساب عدد ذرات كل منهما دون إيجاد قيمة الجزء
  - عدد ذرات الأكسجين = $1 \times \frac{1,200,000}{3}$
  - عدد ذرات الهيدروجين = $2 \times \frac{1,200,000}{3}$

تدريب

① إذا أراد رجل توزيع مبلغ 3600 جنيه على شخصين بنسبة 2 : 3 فكم يكون نصيب كل منهما ؟

....

② اشترك ثلاثة أشخاص فى مشروع رأس ماله 500,000 جنيه بنسبة 3 : 5 : 2
احسب ما دفعه كل شخص فى رأس المال.

....

مثال

اشترك ثلاثة أشخاص فى إنشاء مصنع.
دفع الأول 9,000,000 جنيــه،
ودفع الثانى 6,000,000 جنيه،
ودفع الثالث 7,500,000 جنيه،
وكانت الأرباح فى نهاية العام الأول 2,250,000 جنيه ،
ووزعت الأرباح حسب مساهمة كل منهم فى رأس المال.
احسب نصيب كل منهم من أرباح العام الأول.

الحل

الأرباح توزع بنفس نسبة مساهمة كل منهم فى رأس المال

	الثالث		الثانى		الأول
(÷100000)	7,500,000	:	6,000,000	:	9,000,000
(÷15)	75	:	60	:	90
	5	:	4	:	6

نسبة توزيع الأرباح = 5 : 4 : 6

مجموع الأجزاء = 5 + 4 + 6 = 15

قيمة الجزء = $\frac{2,250,000}{15}$ = 150,000 جنيه

- نصيب الأول = 6 × 150,000 = 900,000 جنيه
- نصيب الثانى = 4 × 150,000 = 600,000 جنيه
- نصيب الثالث = 5 × 150,000 = 750,000 جنيه

ثالثًا تطبيقات النسبة المئوية



أولاً: حساب التخفيض (الخصم)

عند تخفيض سعر سلعة بمعدل d% فإن :

قيمة التخفيض = سعر السلعة × d% = سعر السلعة × $\frac{d}{100}$

ويكون سعر السلعة بعد التخفيض = السعر الأصلى للسلعة − قيمة التخفيض

إيجاد السعر بعد التخفيض أو الخصم

مثال

إذا كان سعر التليفون المحمول فى أحد المتاجر 12,750 جنيهًا، تم تخفيض سعره بمعدل 8%. فكم يكون سعره بعد التخفيض؟

الحل

قيمة التخفيض بالجنيه

$12,750 \times \frac{8}{100} = 1,020$

فيكون سعر التليفون المحمول بعد التخفيض بالجنيه

$12,750 - 1,020 = 11,730$

إيجاد السعر الأصلى قبل التخفيض

مثال

حصلت ساندى على معدل خصم 15% من ثمن حذاء رياضى من أحد المتاجر، فدفعت مبلغًا قدره 340 جنيهًا. **فما السعر الأصلى للحذاء؟**

الحل

نسبة سعر الشراء إلى السعر الأصلى هى

100% − 15% = 85%

$P \times \frac{85}{100} = 340$ >> $P = 340 \div \frac{85}{100}$

$P = 340 \times \frac{100}{85} = 400$

أى أن السعر الأصلى = 400 جنيه

تدريب

① أعلن أحد المتاجر عن معدل خصم 20% على أي سلعة موجودة بالمتجر.
ما سعر شراء قميص ثمنه قبل الخصم 420 جنيهًا؟

② إذا كان 498 جنيهًا هو سعر جاكيت بعد خصم 17% من سعره الأصلي، فأوجد سعر الجاكيت قبل الخصم.

ثانيًا: حساب الإضافة (الزيادة)

عند زيادة سعر سلعة نتيجة إضافة ضريبة أو عمولة أو ربح بمعدل t% فإن:

قيمة الزيادة = سعر السلعة × t% = سعر السلعة × $\frac{t}{100}$

ويكون سعر السلعة بعد الزيادة = السعر الأصلي للسلعة + قيمة الزيادة

إيجاد قيمة الضريبة

مثال

اشترك عمر في خدمة الإنترنت المنزلي بمبلغ 520 جنيهًا شهريًا مضافًا إليه معدل ضريبة 14% من سعر الخدمة.
فما قيمة الضريبة والمبلغ المدفوع من عمر شهريًا؟

الحل

قيمة الضريبة = 520 × $\frac{14}{100}$ = 72.8 جنيه

فيكون الاشتراك الشهري = 520 + 72.8 = 592.8 جنيه

يمكن حساب المبلغ المدفوع من عمر مباشرة دون إيجاد قيمة الضريبة أولًا كالتالي:
نسبة المبلغ المدفوع إلى سعر الخدمة تساوي 114% = 14% + 100%

$\frac{m}{520} = \frac{114}{100}$ (m ← المبلغ المدفوع، 520 ← سعر الخدمة) >>>> $m = \frac{114 \times 520}{100} = 592.8$

تدريب

إذا كان سعر إطار السيارة 3200 جنيه. فكم يكون سعر بيع الإطار بعد إضافة ضريبة معدلها 10%؟

الواجب

السؤال الأول: إختر الأجابة الصحيحة

(1) إذا كان الطول فى الرسم 2 سم والطول الحقيقى 6 متر، فما هو مقياس الرسم ؟

(أ) 1 : 3 (ب) 1 : 30
(جـ) 1 : 300 (د) 1 : 3,000

(2) إذا كان مقياس الرسم 1,000 : 1 والطول فى الرسم 2.5 سم، فما هو الطول الحقيقى بالمتر ؟

(أ) 0.25 متر (ب) 25 متر
(جـ) 2.5 متر (د) 250 متر

(3) إذا كان الطول الحقيقى 90 متر ومقياس الرسم 10,000 : 1. فما هو الطول فى الرسم بالسنتيمتر ؟

(أ) 0.09 سم (ب) 90 سم
(جـ) 9 سم (د) 0.9 سم

(4) إذا كان مقياس رسم خريطة هو



وكانت المسافة بين مدينتين على الخريطة هى 3 سم فما هى المسافة الحقيقية بينهما؟

(أ) 30 كم (ب) 1,200,000 سم
(جـ) 90 كم (د) 90,000 سم

(5) إذا انخفض سعر سلعة من 1,500 جنيه إلى 1,200 جنيه، فما معدل التخفيض؟

(أ) 3% (ب) 15%
(جـ) 20% (د) 30%

(6) قُسمت قطعة أرض مساحتها 36 فدانًا بين شخصين بنسبة 2 : 7، أى مما يأتى يمكن أن يكون نصيبًا لأحد الشخصين؟

(أ) 4 أفدنة (ب) 14 فدانًا
(جـ) 18 فدانًا (د) 28 فدانًا

(7) إذا كان طول حشرة 0.3 مم وطولها بعد التكبير 4.5 سم فما هى نسبة التكبير ؟

(أ) 1 : 15 (ب) 15 : 1
(جـ) 1 : 150 (د) 150 : 1

(8) أى من مقاييس الرسم التالية يعبر عن تصغير ؟

(أ) 70 : 1 (ب) 1 : 7,000
(جـ) 500 : 1 (د) 7,000 : 1

(9) إذا كان طول قناة السويس على خريطة مرسومة بمقياس رسم 1,100,000 : 1 هو 15 سم فما هو طولها الحقيقى بالكيلو متر ؟

(أ) 155 (ب) 165
(جـ) 170 (د) 185

(10) إذا كان كل اسم فى الصورة يمثل 3 أمتار فى الحقيقة ، فما الطول الحقيقى للمركب ؟



(أ) 2.5 سم
(ب) 7.5 سم
(جـ) 2.5 متر
(د) 7.5 متر

(11) إذا كان طول حشرة 0.3 مم وطولها بعد التكبير 4.5 سم فما هى نسبة التكبير ؟

(أ) 1 : 15 (ب) 15 : 1
(جـ) 1 : 150 (د) 150 : 1

(12) أى من مقاييس الرسم التالية يعبر عن تكبير ؟

(أ) 1 : 20 (ب) 1 : 50,000
(جـ) 1 : 10 (د) 50 : 1

(13) نموذج لطائرة مصنوع بمقياس رسم : 1,000 : 1، طول الطائرة فى هذا النموذج 7.6 سم. فما الطول الحقيقى للطائرة ؟

(أ) 760 متر (ب) 76 متر
(جـ) 7.6 متر (د) 76 سم

(14) قسم مبلغ 120 جنيهًا بين شخصين بنسبة 3 : 2 فما نصيب الأصغر ؟

(أ) 72 جنيهًا (ب) 24 جنيهًا
(جـ) 36 جنيهًا (د) 48 جنيهًا

(15) اشترك صديقان فى مشروع تجارى بنسبة 5 : 2 فإذا كان نصيب الأصغر من الأرباح 18,000 جنيه فما هو مجموع الأرباح بالجنيه ؟

(أ) 45,000 جنيه (ب) 63,000 جنيه
(جـ) 9,000 جنيه (د) 24,000 جنيه

(16) اشترك أحمد وهالة فى مشروع ، دفع أحمد 8,000 جنيه ودفعت هالة 6,000 جنيه فإذا كان ربح أحمد من المشروع 1,200 جنيه فما هو ربح هالة ؟

(أ) 300 جنيه (ب) 500 جنيه
(جـ) 600 جنيه (د) 900 جنيه

(17) إذا كانت النسبة بين نصيبي أحمد ومصطفى من الأرباح فى مشروع تجارى هى 3 : 2 و كان نصيب أحمد 6,000 جنيه فما نصيب مصطفى ؟

(أ) 9,000 جنيه (ب) 4,000 جنيه
(جـ) 13,000 جنيه (د) 5,000 جنيه

(18) قسم رجل مبلغاً بين ابنيه بنسبة 3 : 4 فإذا كان الفرق بين نصيب الأخ الأكبر والأخ الأصغر 5,000 جنيه فما نصيب الأخ الأكبر ؟

(أ) 15,000 جنيه (ب) 20,000 جنيه
(جـ) 5,000 جنيه (د) 35,000 جنيه

(19) مثلث النسبة بين أطوال أضلاعه هى 5 : 4 : 3 فإذا كان محيطه 36 سم فما طول أكبر أضلاعه ؟

(أ) 9 سم (ب) 12 سم
(جـ) 15 سم (د) 24 سم

(20) إذا كان $a : b = 3 : 7$ ، $a + b = 40$ فما قيمة : $b - a$ ؟

(أ) 16 (ب) 28
(جـ) 12 (د) 14

21 إذا كان $a : b = 2 : 5$ ، $a = 14$ فما قيمة b ؟

(أ) 7 (ب) 2
(جـ) 10 (د) 35

22 إذا كان $a : b : c = 3 : 2 : 4$ وكان $c - b = 20$ فما قيمة a ؟

(أ) 10 (ب) 20
(جـ) 30 (د) 40

23 إذا زاد سعر سيارة من 240,000 جنيه إلى 300,000 جنيه، ما معدل الزيادة ؟

(أ) 25 % (ب) 60 %
(جـ) 5 % (د) 30 %

24 صندوق به 240 كرة ملونة، منها 35 % لونها أصفر، ما عدد الكرات الصفراء ؟

(أ) 4 كرات (ب) 120 كرة
(جـ) 71 كرة (د) 84 كرة

25 رصيد محمد 450,000 جنيه، إذا كانت زكاة المال 2.5 % ما قيمة ما تبقى معه بعد إخراج زكاة المال ؟

(أ) 475,000 جنيه (ب) 438,750 جنيهًا
(جـ) 11,250 جنيهًا (د) 461,250 جنيهًا

26 تتسع قاعة إلى 160 شخصًا. إذا علمت أن 75 % من مقاعدها ممتلئة، فما عدد الأشخاص فى القائمة ؟

(أ) 40 شخصًا (ب) 200 شخص
(جـ) 120 شخصًا (د) 100 شخص

27 إذا كان سعر هاتف محمول 6,500 جنيه وأجرى عليه تخفيض نسبته 20 % فما سعر بيعه الجديد ؟

(أ) 1,300 جنيه (ب) 7,800 جنيه
(جـ) 5,700 جنيه (د) 5,200 جنيه

28 دخل أحمد أحد المطاعم وطلب وجبة سعرها 60 جنيهًا ويضاف إليها 14 % معدل ضريبة. ما المبلغ الذى يدفعه أحمد ؟

(أ) 8.4 جنيه (ب) 68.4 جنيه
(جـ) 51.6 جنيه (د) 16.8 جنيه

29 اشترى حسام حاسوبًا بسعر 18,000 جنيه بعد أن حصل على خصم معدله 10 % ، فما سعر الحاسوب قبل الخصم ؟

(أ) 17,000 جنيه (ب) 19,000 جنيه
(جـ) 20,000 جنيه (د) 25,000 جنيه

30 مع زيادة الأسعار ارتفع سعر شقة فأصبح 750,000 جنيه بنسبة زيادة 25 % ، فما سعر الشقة قبل الزيادة ؟

(أ) 600,000 جنيه (ب) 700,000 جنيه
(جـ) 800,000 جنيه (د) 900,000 جنيه

31 يستهلك محمود 15 لترًا من المياه فى غسل الأوانى ، إذا أراد ترشيد الكمية بنسبة 20 % فكم لترًا يكفيه ؟

(أ) 12 لترًا (ب) 14 لترًا
(جـ) 16 لترًا (د) 18 لترًا

السؤال الثاني:

(1) تم تقسيم مبلغ 960 جنيه شخصين بنسبة 3 : 5
إحسب نصيب كل منهم .

② عددان النسبة بينهما 5 : 2 فإذا كان العدد الأصغر 48 ، فما هو العدد الأكبر؟

③ قسم مبلغ قدره 7,200 جنيه على ثلاثة أشخاص بنسبة 5 : 4 : 3 أوجد نصيب كل منهم.

④ يتقاضى عمر ضعف ما يتقاضاه خالد ، إذا كان مجموع أجريهما 36,000جنيه .فما أجر كل واحد منهما؟

⑤ إذا كان عدد طلاب مدرسة 576 ، والنسبة بين عدد البنات إلى عدد البنين هي 3 : 5 فأوجد الزيادة فى عدد البنات عن عدد البنين.

⑥ إذا كانت النسبة بين أطوال أضلاع مثلث محيطه 135 سم هى 7 : 5 : 3 ، فأوجد طول أكبر أضلاعه.

السؤال الثالث:

① إذا كانت المسافة الحقيقية بين مدينة القاهرة ومدينة دمياط تساوى 200كم والمسافة بينهما على الخريطة 5 سم، أوجد مقياس رسم هذه الخريطة.

② إذا كان مقياس الرسم على الخريطة هو 4,000,000 : 1 وكانت المسافة الحقيقية بين مدينتين تساوى 350 كم. أوجد المسافة على الخريطة بين المدينتين.

③ صنع نموذج لبرج القاهرة بمقياس رسم 200 : 1 ، فإذا كان طول برج القاهرة 187 متر فما طول البرج فى النموذج بالسنتيمتر؟

السؤال الرابع:

① تبلغ تكلفة وجبة 150 جنيها ويضاف % 18 من سعر التكلفة ربحا عن الوجبة، فما سعر بيع الوجبة؟

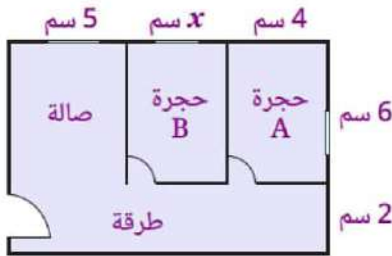
② ترغب مريم فى شراء مكنسة كهربائية ثمنها 6,800 جنيه، فإذا كان معدل الخصم % 12 ، فأوجد ما ستدفعه مريم لشراء المكنسة.

③ يحصل متجر إلكترونى على معدل عمولة % 5.1 نظير تسويق بضاعة التجار، فإذا باع خلال أسبوع بضاعة بمبلغ 42,000,000جنيه، فاحسب مبلغ العمولة خلال هذا الأسبوع؟

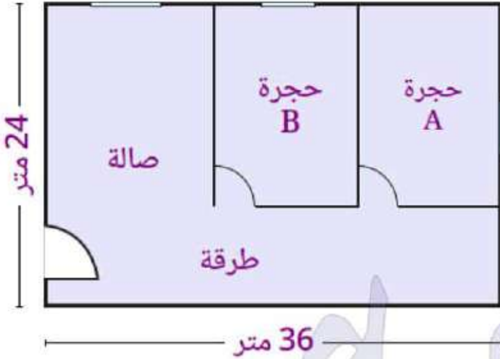
④ إذا كان سعر جهاز تليفزيون 12,600 جنيه بعد تخفيض سعره بنسبة16% ، فما سعر الجهاز قبل التخفيض؟

السؤال الخامس:

① إذا كان شكل (1) تصغيرًا لشكل (2) بمقياس رسم ما، وكان عرض الحجرة B هو x سم، أوجد قيمة x

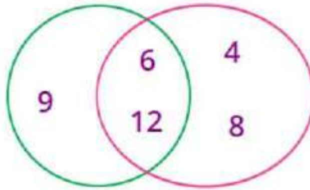


شكل (1)



شكل (2)

المجموعات



تذكر

الأعداد 4 ، 6 ، 8 ، 12 تقبل القسمة على 2
والأعداد 6 ، 9 ، 12 تقبل القسمة على 3

لاحظ أن العددين , كلا منهم يقبل القسمة على وعلى وذلك يعني أنهم مشتركان في قابلية القسمة على ,

ولذلك تم وضعهم في شكل فن المقابل في المنطقة المشتركة لكي تعبر عن تكرار العددين

مفهوم المجموعة

مفهوم المجموعة

المجموعة هى تجمع من الأشياء المعروفة والمحددة تحديدًا تامًا.
هذه الأشياء تسمى عناصر المجموعة، وتكتب داخل القوسين { }
دون تكرار ولا يشترط الترتيب.

التعبير عن المجموعة

يمكن التعبير عن المجموعة إما بطريقة السرد أو الصفة المميزة أو شكل ڤن.
مثال: إذا كانت A مجموعة الأعداد الطبيعية الأقل من 4 فإنه يمكن التعبير عن المجموعة A بإحدى الطرق التالية :

طريقة السرد (القائمة) $A = \{0, 1, 2, 3\}$
طريقة الصفة المميزة $A = \{x : x \in N, x < 4\}$ حيث N مجموعة الأعداد الطبيعية
شكل ڤن 

تدريب

1. اكتب بطريقة السرد مجموعة أرقام العدد 4540.
2. اكتب بطريقة الصفة المميزة المجموعة {2 ، 3 ، 5}.

أنواع المجموعات

المجموعة المنتهية	المجموعة غير المنتهية	المجموعة الخالية
هى مجموعة تحتوى على عدد منته من العناصر مثل : $X = \{2, 3, 5\}$ وعدد عناصرها 3 عناصر.	هى مجموعة تحتوى على عدد غير منته من العناصر مثل : $N = \{0, 1, 2, 3, ...\}$	هى مجموعة لا تحتوى على أى عناصر ويرمز لها بالرمز ϕ أو { } مثل : مجموعة الأعداد الصحيحة المحصورة بين 1 و 2

الرمز $\in$
يقرأ "ينتمى إلى"
ويستخدم للتعبير عن انتماء عنصر لمجموعة

الرمز $\notin$
يقرأ "لا ينتمى إلى"
ويستخدم للتعبير عن عدم انتماء عنصر لمجموعة

الاحتواء (المجموعة الجزئية)

بفرض أن : $A = \{2, 3, 4, 5, 7\}$ و $B = \{4, 7\}$

تجد أن : $4 \in A$ ، $4 \in B$ و $7 \in A$ ، $7 \in B$

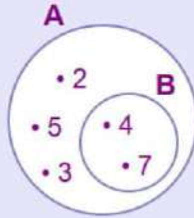
أى أن كل عنصر من عناصر المجموعة B ينتمى للمجموعة A

لذلك نقول إن المجموعة B هى مجموعة جزئية من المجموعة A ،

ويُعبر عنها بالرمز : $B \subset A$

وتقرأ: B مجموعة جزئية من A أو A تحتوى B،

وعند تمثيلهما بشكل فن فإننا نرسم المجموعة B داخل المجموعة A



"الرمز $\not\subset$ يقرأ ليست جزئية"

مثال

أى المجموعات التالية جزئية من المجموعة $X = \{1, 3, 4, 5, 6\}$

(1) $A = \{3, 5, 9\}$ (2) $B = \{1, 5, 6\}$

الحل

(1) $9 \in A$ ، $9 \notin X$ ، لذلك $A \not\subset X$

(2) كل عنصر من عناصر المجموعة B هو عنصر من عناصر X ، لذلك $B \subset X$

اكتب جميع المجموعات الجزئية من المجموعة $A = \{4, 6, 8\}$ واذكر عددها.

الحل

المجموعات الجزئية من المجموعة A هى

$\{4\}$ ، $\{6\}$ ، $\{8\}$

$\{4, 6\}$ ، $\{4, 8\}$ ، $\{6, 8\}$

$\{4, 6, 8\}$ ، ϕ

عدد المجموعات الجزئية من المجموعة A يساوى

$2^3 = 8$

ملاحظة

- عدد المجموعات الجزئية من مجموعة عدد عناصرها n يساوى 2^n
- المجموعة الخالية ϕ ، والمجموعة A نفسها تسمى مجموعات جزئية غير فعلية.

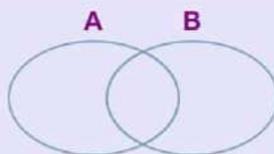
تدريب

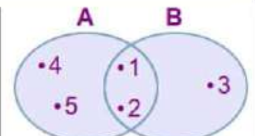
أوجد عدد المجموعات الجزئية من مجموعة تحتوى على 5 عناصر. ....

العمليات على المجموعات

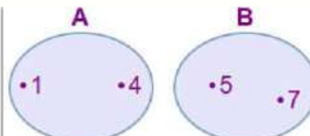
أولاً : اتحاد مجموعتين

$A \cup B$ يساوى مجموعة العناصر التى تنتمى إلى المجموعة A أو المجموعة B

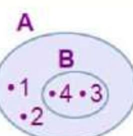




$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$



$A \cup B = \{1, 4, 5, 7\}$



$A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$

■ **لاحظ أن**

لأى مجموعتين A, B • إذا كانت $B \subset A$

فإن $A \cup B = A$ ، $A \cap B = B$

• وينتج أن $A \cap \phi$ ، $A \cup \phi$

إذا كانت A ، B مجموعتين غير خاليتين

وكان $A \cap B = \phi$

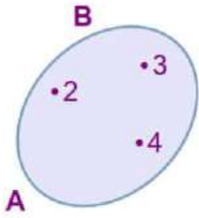
فإن المجموعتين A, B متباعدتان (منفصلتان).

مثال

إذا كانت A هى مجموعة أرقام العدد 243 ،
B هى مجموعة أرقام العدد 2234
فهل A = B ؟ وما ناتج A ∪ B ، A ∩ B ؟

الحل

$B = \{2, 3, 4\}$ ، $A = \{2, 4, 3\}$
A ، B لهما نفس العناصر بالضبط
لذلك A = B ويكون:
$A \cup B = \{2, 3, 4\}$
$A \cap B = \{2, 3, 4\}$



ملاحظة

تساوى مجموعتين

إذا كان كل عنصر فى A ينتمى إلى B ، وكل عنصر فى B ينتمى إلى A فإن : A = B ويكون :

• $A \cap B = A = B$ • $A \cup B = A = B$

تدريب

إذا كانت : $\{1, 3, x\} = \{7, y, 1\}$ فما قيمة : $x - y$ ؟

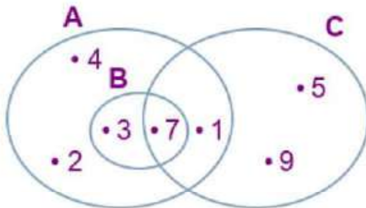
....

....

مثال

من شكل ڤن المرسوم، أوجد :

1. $A \cap B$
2. $B \cup C$
3. $A \cap B \cap C$
4. $A \cup (B \cap C)$



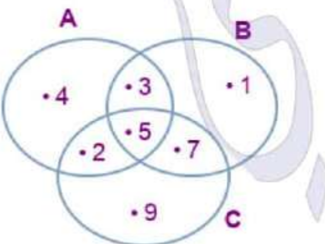
الحل

1. $A \cap B = \{3, 7\} = B$
2. $B \cup C = \{3, 7, 1, 9, 5\}$
3. $A \cap B \cap C = \{7\}$
4. $A \cup (B \cap C) = \{1, 2, 3, 4, 7\} \cup \{7\} = \{1, 2, 3, 4, 7\}$

تدريب

من شكل ڤن المرسوم ، أوجد :

1. $A \cap B$
2. $A \cup C$
3. $A \cap B \cap C$
4. $A \cap (B \cup C)$



....

....



الواجب

السؤال الأول: إختر الأجابة الصحيحة

1. إذا كانت $x \in \{2, 5, 8\}$، فما القيمة التى لا يمكن أن تساويها x ؟
(أ) 2 (ب) 3 (جـ) 5 (د) 8

2. إذا كانت $x \notin \{3, 4, 1\}$، فإن x يمكن أن تساوى أيًا مما يلى ؟
(أ) 1 (ب) 2 (جـ) 3 (د) 4

3. إذا كانت $A = \{2, 5, 8\}$ ، فأى مما يلى صحيح ؟
(أ) $\{2\} \in A$ (ب) $\{3\} \notin A$
(جـ) $\{5\} \subset A$ (د) $\{5, 8\} \not\subset A$

4. إذا كانت $A = \{4, 2, 7\}$ ، وكانت $B \subset A$،
فأى مما يلى يمكن أن تكون المجموعة B ؟
(أ) $\{4, 6\}$ (ب) $\{1, 3, 5\}$
(جـ) $\{4, 3, 7\}$ (د) $\{7, 2\}$

5. إذا كانت $A = \{8, 9, 6\}$ ، $B = \{2, 6, 7\}$
فما المجموعة التى تعبر عن $A \cup B$ ؟
(أ) $\{6\}$ (ب) $\{2, 7\}$
(جـ) $\{8, 9\}$ (د) $\{2, 6, 7, 8, 9\}$

6. إذا كانت $A = \{8, 9, 6\}$ ، $B = \{2, 6, 7\}$
فما المجموعة التى تعبر عن $A \cap B$ ؟
(أ) $\{6\}$ (ب) $\{2, 7\}$
(جـ) $\{8, 9\}$ (د) $\{2, 6, 7, 8, 9\}$

7. إذا كانت $A = \{5, 7\}$ فما عدد المجموعات الجزئية من المجموعة A ؟
(أ) 2 (ب) 4 (جـ) 6 (د) 8

8. إذا كانت $\{3, 6, 7, x\} = \{6, y, 3, 5\}$،
فما قيمة $y - x$ ؟
(أ) -12 (ب) -2 (جـ) 2 (د) 12

9. إذا كانت $\{4, 5, 7\} \subset \{3, x, 4, y, 8\}$،
فما قيمة $x + y$ ؟
(أ) 5 (ب) 7 (جـ) 8 (د) 12

10. إذا كانت : $x \in \{2, 5\} \cap \{5, 7, 8\}$
فإن : $x =$ ....
(أ) 2 (ب) 5
(جـ) 7 (د) 8

11. إذا كانت : $\{1, 2\} \cup \{x+1, 3\} = \{1, 2, 3\}$
فإن : $x =$ ....
(أ) 1 (ب) 5
(جـ) 7 (د) 8

12. $\mathbb{Z} \cup \mathbb{N} =$ ....
(أ) $\mathbb{N}$ (ب) $\mathbb{Z}$
(جـ) $\mathbb{Q}$ (د) $\varnothing$

13. $\mathbb{Q} \cup \mathbb{Z} =$ ....
(أ) $\varnothing$ (ب) $\mathbb{Z}$
(جـ) $\mathbb{N}$ (د) $\mathbb{Q}$

14. إذا كان عدد عناصر $A \cup B$ يساوى 5 ، وعدد عناصر B يساوى 3 ، فإن أصغر قيمة لعدد عناصر A تساوى ....
(أ) 1 (ب) 2
(جـ) 3 (د) 4

15. عدد المجموعات الجزئية لأى مجموعة لا يمكن أن يساوى :
(أ) 16 (ب) 36 (جـ) 64 (د) 128

16. إذا كان عدد عناصر $A \cup B$ يساوى 5،
فإن عدد عناصر A لا يمكن أن يساوى :
(أ) 3 (ب) 4 (جـ) 5 (د) 6

17. إذا كان عدد عناصر $A \cap B$ يساوى 5،
فإن عدد عناصر A لا يمكن أن يساوى :
(أ) 4 (ب) 5 (جـ) 6 (د) 11

السؤال الثاني: استخدم طريقة السرد القائمة لكتابة كل من المجموعات التالية

① A هى مجموعة الأعداد الطبيعية الفردية الأقل من 12

② B هى مجموعة الأعداد الصحيحة السالبة

③ C هى مجموعة أرقام العدد 12332551

④ $X = \{x : x \in Z , x > -3\}$
حيث Z مجموعة الأعداد الصحيحة

السؤال الثالث:

① أوجد جميع المجموعات الجزئية الفعلية للمجموعة $\{2 , 3 , 5\}$

② أوجد جميع المجموعات الجزئية الفعلية للمجموعة $\{2 , 3 , 5\}$

③ أوجد جميع المجموعات الجزئية الفعلية للمجموعة $\{2 , 3 , 5\}$

④ إذا كانت $B = \{2 , 7\}$ ، $A = \{5 , 2 , 3 , 7\}$
أوجد: ① $A \cup B$ ② $A \cap B$

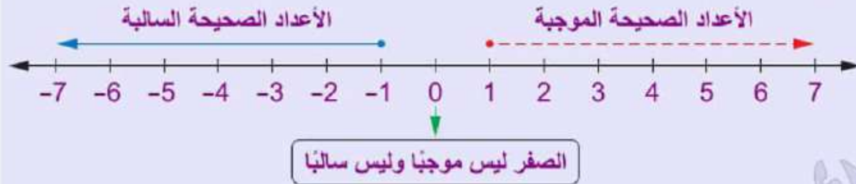
⑤ إذا كانت $B = \{3 , 4 , 5 , 6\}$ ، $A = \{1 , 2 , 3 , 4\}$
أوجد: ① $A \cup B$ ② $A \cap B$

⑥ إذا كانت $C = \{7 , 2\}$ ، $B = \{4 , 5 , 7\}$ ، $A = \{5 , 2 , 3 , 7\}$ أوجد:
① $A \cap B \cap C$ ② $A \cup B \cup C$ ③ $(A \cup B) \cap C$

العمليات على الأعداد الصحيحة

تذكر

- تتكون مجموعة الأعداد الصحيحة من الأعداد الصحيحة الموجبة، والصفر، والأعداد الصحيحة السالبة.
- مجموعة الأعداد الصحيحة (Z) = {... , 3 , 2 , 1 , 0 , 1– , 2– , 3– , ...}.



- مجموعة الأعداد الصحيحة هى مجموعة مرتبة، وتتزايد على خط الأعداد من اليسار إلى اليمين، فمثلًا: $3 > -2$ ، $0 > -4$ ، $-3 > -5$

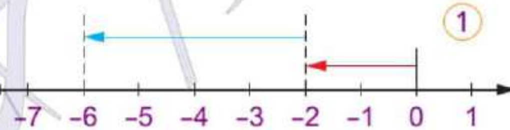
أولًا عملية جمع الأعداد الصحيحة

استخدام استراتيجية خط الأعداد فى الجمع

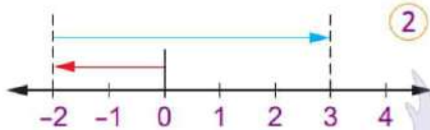
مثال أوجد ناتج كل مما يأتى :

1) $-2 + (-4)$ 2) $-2 + 5$

الحل



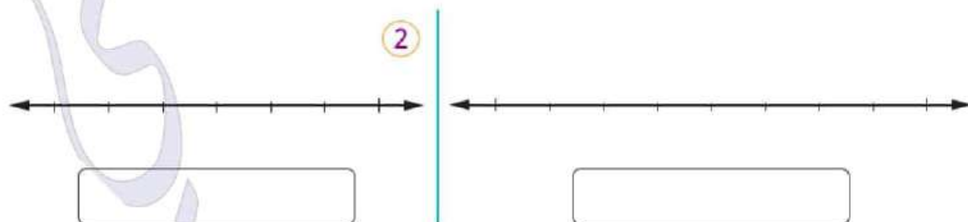
$-2 + (-4) = -6$



$-2 + 5 = 3$

تدريب باستخدام خط الأعداد أوجد ناتج كل مما يأتى:

1) $-5 + (-3)$ 2) $4 + (-7)$



استخدام استراتيجية القيمة المطلقة فى الجمع

ملاحظة

$|-13| = 13$ ، $|13| = 13$ ، $|-7| = 7$ ، $|7| = 7$

مثال

أوجد ناتج كل مما يأتى :

1. $13 + 7$
2. $-13 + (-7)$

الحل

1. العددان موجبان
إذن المجموع له نفس الإشارة الموجبة
(ونجمع القيم المطلقة)
$13 + 7 = 20$

2. العددان سالبان
إذن المجموع له نفس الإشارة السالبة
(ونجمع القيم المطلقة)
$-13 + (-7) = -20$

3. $-13 + 7$
4. $13 + (-7)$

الحل

3. العددان مختلفان فى الإشارة
$|-13| > |7|$
إذن إشارة المجموع سالبة
(ونوجد الفرق بين القيم المطلقة)
$-13 + 7 = -6$

4. العددان مختلفان فى الإشارة
$|13| > |-7|$
إذن إشارة المجموع موجبة
(ونوجد الفرق بين القيم المطلقة)
$13 + (-7) = 6$

تدريب

باستخدام القيمة المطلقة أوجد ناتج كل مما يأتى:

1. $-6 + 14$ ....
2. $-6 + (-14)$ ....
3. $6 + 14$ ....
4. $6 + (-14)$ ....

خواص عملية جمع الأعداد الصحيحة

إذا كانت a , b , c ثلاثة أعداد صحيحة، فإن عملية جمع الأعداد الصحيحة لها الخواص التالية :

1. مغلقة : مجموع أى عددين صحيحين هو عدد صحيح $(a + b \in Z)$.
2. إبدالية : $a + b = b + a$
3. دامجة : $(a + b) + c = a + (b + c)$
4. وجود محايد جمعى هو 0 : $a + 0 = 0 + a = a$
5. وجود معكوس جمعى : $a + (-a) = (-a) + a = 0$

لاحظ أن عملية الطرح في الأعداد الصحيحة ليس لها نفس خوص عملية الجمع

تدريب

أوجد ناتج كلا ما يأتي:

① $3 + 5$
② $-4 + (-2)$
③ $5 + (-2)$
④ $-6 + 4$
⑤ $5 - 3$
⑥ $2 - 6$
⑦ $-3 - 2$
⑧ $-2 - (-3)$

ثانيا عملية طرح الأعداد الصحيحة

عملية طرح b من a هى نفسها عملية جمع العدد a مع المعكوس الجمعى للعدد b

$$a - b = a + (-b)$$

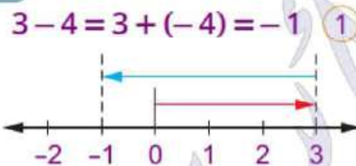
استخدام استراتيچية خط الأعداد فى الطرح

مثال أوجد ناتج كل مما يأتى :

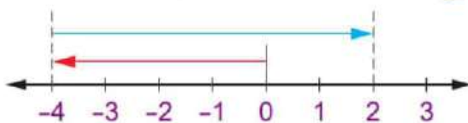
1) $3 - 4$ 2) $-4 - (-6)$

الحل

1) $3 - 4 = 3 + (-4) = -1$



2) $-4 - (-6) = -4 + 6 = 2$



تدريب أوجد ناتج كل مما يأتى:

1) $6 - 10$ ....
2) $-4 - 8$ ....
3) $-5 - (-12)$ ....

ثالثا عملية ضرب الأعداد الصحيحة

عملية الضرب هى عملية جمع متكرر.

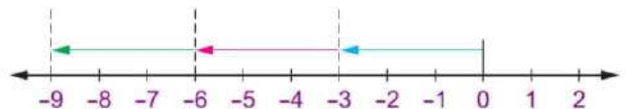
استخدام استراتيچية خط الأعداد فى الضرب

مثال أوجد ناتج كل مما يأتى :

1) $3 \times (-3)$ 2) $(-2) \times 4$

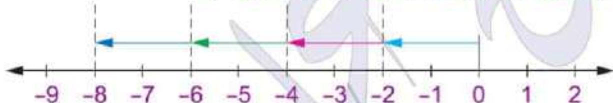
الحل

1) $3 \times (-3) = (-3) + (-3) + (-3)$



$3 \times (-3) = -9$

2) $(-2) \times 4 = (-2) + (-2) + (-2) + (-2)$



$(-2) \times 4 = -8$

تدريب أوجد ناتج كل مما يأتى:

1) $5 \times (-3)$ ....
2) $(-2) \times 3$ ....
3) $(-2) \times (-7)$ ....
4) $-(-4) \times (-5)$ ....

خواص عملية ضرب الأعداد الصحيحة

إذا كانت a , b , c ثلاثة أعداد صحيحة، فإن عملية ضرب الأعداد الصحيحة لها الخواص التالية :

1 مغلقة : حاصل ضرب أى عددين صحيحين هو عدد صحيح $(a \times b \in Z)$.

2 إبدالية : $a \times b = b \times a$

3 دامجة : $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

4 وجود محايد ضربى هو 1 : $a \times 1 = 1 \times a = a$

5 خاصية توزيع الضرب على الجمع والطرح :

$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$, $a \times (b - c) = a \times b - a \times c$

رابعًا عملية قسمة الأعداد الصحيحة

مثال أوجد خارج القسمة فى كل من الحالات الآتية :

1 $25 \div (-5)$

2 $(-27) \div 9$

3 $(-32) \div (-4)$

الحل

1 $25 \div (-5) = -5$

2 $(-27) \div 9 = -3$

3 $(-32) \div (-4) = 8$

تدريب أوجد خارج قسمة كل مما يأتى:

1 $(-33) \div (-11)$ ....

2 $54 \div (-9)$ ....

3 $(-16) \div 4$ ....



الواجب

السؤال الأول: إختر الأجابة الصحيحة

① أى من نواتج الجمع التالية تكون إشارته موجبة ؟
(أ) $19+(-26)$ (ب) $-35+17$
(جـ) $-25+(-12)$ (د) $40+(-18)$

② أى من نواتج الضرب التالية تكون إشارته سالبة ؟
(أ) $-3\times(-9)$ (ب) -2×5
(جـ) $0\times(-5)$ (د) $-1\times(-1)$

③ أى مما يلى يكافئ عملية الطرح: $-5-(-8)$ ؟
(أ) $5-8$ (ب) $8-5$
(جـ) $5+8$ (د) $-5-8$

④ أى مما يلى يساوى -5 ؟
(أ) $0\div(-5)$ (ب) $1\div(-5)$
(جـ) $-25\div(-5)$ (د) $-25\div 5$

⑤ $15+8-15=$ ....
(أ) -15 (ب) 8
(جـ) 15 (د) 23

⑥ $3-|-3|=$ ....
(أ) 0 (ب) 1
(جـ) 3 (د) 6

⑦ $|-5|+$ .... $=0$
(أ) -5 (ب) 5
(جـ) 0 (د) 1

⑧ $4+(-6)>$ ....
(أ) 2 (ب) 0
(جـ) -2 (د) -4

⑨ إذا كانت : $x=-1$ ، $y=2$ فإن : $x+y=$ ....
(أ) 2 (ب) 3
(جـ) 1 (د) -1

⑩ $6-(-3)=$ ....
(أ) 18 (ب) -18
(جـ) 9 (د) -9

⑪ $72\div(-6)=$ ....
(أ) -12 (ب) 12
(جـ) 6 (د) -6

⑫ إذا كان $x=|-2|$ ، $y=-3$ فإن : $xy=$ ....
(أ) -5 (ب) 5
(جـ) 6 (د) -6

⑬ $0\div(-3)=$ ....
(أ) $\frac{1}{3}$ (ب) -3
(جـ) 1 (د) 0

⑭ $0\times(-1)\times(-2)\times(-99)=$ ....
(أ) -198 (ب) 99
(جـ) 198 (د) 0

⑮ إذا كان n عددًا صحيحًا سالبًا فأى مما يلى هو الأكبر ؟
(أ) $\frac{n}{3}$ (ب) $3n$
(جـ) $\frac{3}{n}$ (د) $-3n$

⑯ إذا كان : $a+b=0$ بحيث $a\neq b$
فإن : $a\times b$ 0
(أ) $<$ (ب) $>$
(جـ) $=$

السؤال الثاني: تحقق من صحة كل من العبارتين التاليتين

① المعكوس الجمعى لعدد صحيح لا يكون سالبا دائما

② ناتج ضرب عدد موجب فى عدد سالب هو عدد سالب دائم

السؤال الثالث: اكتشف الخطأ فى كل مما يلى، وقم بالتصويب

① $9+(-12)=21$

② $-3+(-5)=-2$

③ $-13+(-4)=17$

السؤال الرابع: أوجد ناتج كل مما يأتي

① $6+(-4)$ ② $-4-5$

③ -3×7 ④ $15\div(-3)$

⑤ $7+(-7)$ ⑥ $18-40$

⑦ $-37 + 59$

⑧ $-72 \div (-9)$

⑨ $9 - (-105)$

⑩ $-17 - (-24)$

⑪ $-65 \div (-13)$

⑫ $420 \div (-15)$

السؤال الخامس:

إذا كانت $b = -5$, $a = 15$ ، فأوجد الناتج فى كل مما يلى:

① $|9 - a|$

② $|3 - b|$

③ $a - b$

④ $|15 \div b|$

⑤ $|b \times a|$

⑥ $b - (-a)$

السؤال السادس: استخدم خواص الجمع أو الضربلإيجاد ناتج كل مما يلى

① $-6 + (-13) + 6$

② $-4 \times (-19) \times 25$

③ -9×102

السؤال السابع:

متى تكون المعادلة $a + |a| = 0$ صحيحة ؟

السؤال الثامن:

إذا كان a , b عددين صحيحين، بحيث

$3 - (-b) = -7 \ , \ a - b = 5$

فأوجد: $a + b$

السؤال التاسع:

ضرب مازن عددين صحيحين معًا،

فحصل على (28 -)

ما العددان الصحيحان اللذان

من الممكن أن يكون قد ضربهما معًا؟

العمليات على الأعداد النسبية

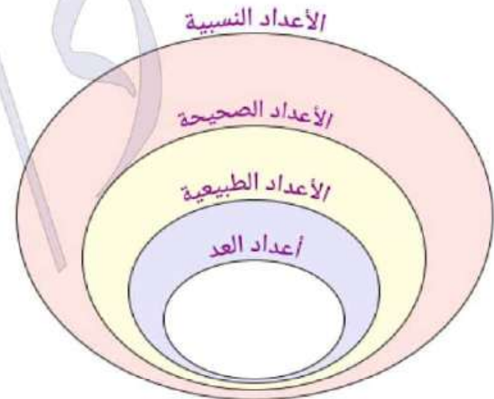
مجموعة الأعداد النسبية

مجموعة الأعداد النسبية (Q) هي مجموعة جميع الأعداد التى يمكن كتابتها على صورة كسر $\frac{a}{b}$ حيث a, b عددان صحيحان ، $b \neq 0$

$$Q = \left\{\frac{a}{b} : a \in Z , b \in Z , b \neq 0\right\}$$

• **بناءً على التعريف السابق فإن :**

مجموعة أعداد العد، ومجموعة الأعداد الطبيعية، ومجموعة الأعداد الصحيحة جميعها مجموعات جزئية من مجموعة الأعداد النسبية. ناقش.



الصور المختلفة للعدد النسبى

• **كتابة العدد النسبى فى صورة نسبة مئوية.**

مثل : $\frac{1}{2} = 50\%$ ، $2\frac{1}{4} = 225\%$

• **كتابة العدد النسبى فى صورة كسر عشرى منته.**

مثل : $\frac{2}{5} = 0.4$ ، $1\frac{3}{4} = 1.75$

• **كتابة العدد النسبى فى صورة عدد عشرى غير منته (دائر).**

مثل : $\frac{2}{9}$ يكتب فى صورة كسر عشرى غير منته

0.222... أو $0.\overline{2}$ (يقرأ 0.2 دائر)

النقاط الثلاث تعنى أن الكسر العشرى غير منته

الشرطة فوق رقم واحد أو أكثر تعنى أن هذه الأرقام تتكرر

• لكتابة العدد $\frac{2}{9}$ على صورة عدد عشرى غير منته (دائر) نكتب على الآلة $\frac{2}{9}$ ثم نضغط = ثم S⇔D فنحصل على 0.22222222 وتكتب $0.\overline{2}$

• والعكس لكتابة العدد $0.\overline{2}$ على صورة $\frac{a}{b}$ نكتب على الآلة 0.22222222 ونكرر العدد 2 حتى آخر الشاشة ثم نضغط = فنحصل على العدد $\frac{2}{9}$

أولاً جمع الأعداد النسبية

• إذا كان $\frac{a}{c}$ ، $\frac{b}{c}$ عددين نسبيين مقاماهما متساويان فإن : $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$

• إذا كان $\frac{a}{b}$ ، $\frac{c}{d}$ عددين نسبيين مقاماهما مختلفان فإن : $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$

مثال أوجد ناتج كل مما يأتى فى أبسط صورة.

① $\frac{-5}{8} + \frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{4} + \left(-\frac{1}{3}\right)$ ③ $2.6 + 2.\overline{6}$

الحل

① $\frac{-5}{8} + \frac{3}{8} = \frac{-5+3}{8} = \frac{-2}{8} = \frac{-1}{4}$

② $\frac{1}{4} + \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{3+(-4)}{12} = \frac{-1}{12}$

③ $2.6 + 2.\overline{6} = 2\frac{6}{10} + 2\frac{2}{3} = 2\frac{3}{5} + 2\frac{2}{3} = 2\frac{9}{15} + 2\frac{10}{15}$

$= 4\frac{19}{15} = 5\frac{4}{15}$

تدريب أوجد ناتج كل مما يأتى :

(1) $\frac{3}{7} + \left(\frac{-6}{7}\right)$ ………………
(2) $\left|\frac{-8}{9}\right| + 2\frac{1}{9}$ ………………
(3) $-\frac{1}{5} + \frac{2}{3}$ ………………
(4) $0.\overline{4} + 1\frac{2}{3}$ ………………

استخدام خواص جمع الأعداد النسبية

عملية جمع الأعداد النسبية لها الخواص التالية:
1. مغلقة
2. إبدالية
3. دامجة
4. وجود المحايد الجمعى (0)
5. وجود المعكوس الجمعى

مثال أوجد ناتج كل مما يلى :

(1) $\frac{-3}{5} + \frac{2}{15} + \frac{8}{5}$
(2) $\frac{-7}{4} + \frac{2}{5} + \frac{7}{4}$

الحل

(1) $\frac{-3}{5} + \frac{2}{15} + \frac{8}{5} = \frac{-3}{5} + \frac{8}{5} + \frac{2}{15}$ (الإبدال)
$= \left(\frac{-3}{5} + \frac{8}{5}\right) + \frac{2}{15}$ (الدمج)
$= 1 + \frac{2}{15} = 1\frac{2}{15}$

(2) $\frac{-7}{4} + \frac{2}{5} + \frac{7}{4} = \frac{-7}{4} + \frac{7}{4} + \frac{2}{5}$ (الإبدال)
$= \left(\frac{-7}{4} + \frac{7}{4}\right) + \frac{2}{5}$ (الدمج)
$= 0 + \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$ (المحايد الجمعى)

تدريب استخدم خواص جمع الأعداد النسبية فى إيجاد ناتج كل مما يلى :

(1) $\frac{-2}{7} + 1 + \frac{4}{14}$ ………………
(2) $1\frac{1}{4} + 0.6 + \frac{-1}{4}$ ………………

ثانيا طرح الأعداد النسبية

عملية طرح $\frac{c}{d}$ من $\frac{a}{b}$ هى نفسها عملية جمع العدد $\frac{a}{b}$ مع المعكوس الجمعى للعدد $\frac{c}{d}$

إذا كان $\frac{a}{b}$ ، $\frac{c}{d}$ عددين نسبيين فإن : $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a}{b} + \left(\frac{-c}{d}\right)$

مثال

(1) $2\frac{1}{2} - 3\frac{1}{4}$
(2) $-3\frac{2}{3} - 2\frac{5}{6}$
(3) $35\% - \left|\frac{-3}{5}\right|$
(4) $0.36 - \frac{2}{25}$

الحل

(1) $2\frac{1}{2} - 3\frac{1}{4} = \frac{5}{2} - \frac{13}{4} = \frac{10}{4} - \frac{13}{4} = \frac{-3}{4}$

(2) $-3\frac{2}{3} - 2\frac{5}{6} = -3\frac{4}{6} - 2\frac{5}{6} = -5\frac{9}{6} = -5\frac{3}{2} = -6\frac{1}{2}$

(3) $35\% - \left|\frac{-3}{5}\right| = \frac{35}{100} - \frac{3}{5} = \frac{7}{20} - \frac{3}{5} = \frac{7}{20} - \frac{12}{20} = \frac{-5}{20} = \frac{-1}{4}$

(4) $0.36 - \frac{2}{25} = \frac{36}{100} - \frac{2}{25} = \frac{9}{25} - \frac{2}{25} = \frac{7}{25}$

تدريب أوجد ناتج كل مما يأتى :

(1) $\frac{3}{5} - \left(-\frac{1}{2}\right)$ ………………
(2) $4\frac{7}{10} - 1\frac{3}{5}$ ………………
(3) $25\,\% - 0.1\overline{6}$ ………………

ثالثًا ضرب الأعداد النسبية

إذا كان $\frac{a}{b}$ ، $\frac{c}{d}$ عددين نسبيين فإن : $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$

- عند ضرب الصفر فى أى عدد نسبى يكون حاصل الضرب يساوى صفر
- لا يوجد معكوس ضربى للعدد صفر لأن القسمة على صفر ليس لها معنى.

مثال

1. $\frac{4}{3}\times\frac{6}{7}$
2. $\frac{1}{2}\times 6\frac{2}{7}$
3. $-\frac{3}{5}\times\left(-0.8\overline{3}\right)$
4. $\left|-1\frac{3}{4}\right|\times\left(-2\frac{2}{7}\right)$

الحل

1. $\frac{4}{\cancel{3}_1}\times\frac{\cancel{6}^2}{7}=\frac{8}{7}$
2. $\frac{1}{2}\times 6\frac{2}{7}=\frac{1}{_1\cancel{2}}\times\frac{\cancel{44}^{22}}{7}=\frac{22}{7}=3\frac{1}{7}$
3. $-\frac{3}{5}\times\left(-0.8\overline{3}\right)=-\frac{\cancel{3}^1}{_1\cancel{5}}\times\left(-\frac{\cancel{5}^1}{\cancel{6}_2}\right)=\frac{1}{2}$
4. $\left|-1\frac{3}{4}\right|\times\left(-2\frac{2}{7}\right)=1\frac{3}{4}\times\left(-2\frac{2}{7}\right)=\frac{^1\cancel{7}}{_1\cancel{4}}\times\frac{\cancel{-16}^{-4}}{_1\cancel{7}}=-4$

تدريب

أوجد ناتج كل مما يأتى :

1. $0.3\times\left(-\frac{4}{9}\right)$ ....
2. $-3\frac{1}{4}\times\left(-1\frac{1}{2}\right)$ ....
3. $25\%\times 2\frac{1}{2}$ ....

ملاحظة

المعكوس الضربى للعدد النسبى $\frac{a}{b}$ هو $\frac{b}{a}$ (حيث : $a\neq 0$) فمثلًا :

- $\frac{3}{8}$ معكوسه الضربى $\frac{8}{3}$
- $\frac{-1}{2}$ معكوسه الضربى -2

رابعًا قسمة الأعداد النسبية

عملية قسمة الأعداد النسبية هى الضرب فى المعكوس الضربى للمقسوم عليه.

إذا كان $\frac{a}{b}$ ، $\frac{c}{d}$ عددين نسبيين فإن $\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$ حيث $\frac{c}{d}\neq 0$

مثال

أوجد خارج قسمة كل مما يأتى :

1. $\frac{-2}{3}\div\frac{4}{9}$
2. $-3\frac{3}{4}\div\left(-2\frac{1}{4}\right)$
3. $0.\overline{63}\div 1\frac{3}{11}$

الحل

1. $-\frac{2}{3}\div\frac{4}{9}=\frac{\cancel{-2}^1}{\cancel{3}_1}\times\frac{\cancel{9}^3}{\cancel{4}_2}=\frac{-3}{2}$
2. $-3\frac{3}{4}\div\left(-2\frac{1}{4}\right)=-\frac{15}{4}\div-\frac{9}{4}=\frac{\cancel{-15}^5}{\cancel{4}_1}\times\frac{\cancel{-4}^1}{\cancel{9}_3}=\frac{5}{3}$
3. $0.\overline{63}\div 1\frac{3}{11}=\frac{7}{11}\div\frac{14}{11}=\frac{\cancel{7}^1}{\cancel{11}_1}\times\frac{\cancel{11}^1}{\cancel{14}_2}=\frac{1}{2}$

تدريب

أوجد خارج قسمة كل مما يأتى :

1. $\frac{4}{7}\div\frac{12}{7}$ ....
2. $\left(\frac{-1}{2}\right)^2\div\left(-3\frac{3}{4}\right)$
3. $\frac{1}{8}\div 0.\overline{1}$



الواجب

السؤال الأول: إختر الأجابة الصحيحة

① $\frac{3}{4} + 50\,\% = $ ....

(أ) $75\,\%$ (ب) $150\,\%$
(جـ) $\frac{5}{4}$ (د) $\frac{3}{2}$

② ناتج جمع : $\frac{1}{5} + \left(-\frac{6}{5}\right)$ يساوى ....

(أ) 1 (ب) -1
(جـ) $\frac{7}{5}$ (د) $-\frac{7}{5}$

③ باقى طرح : $\frac{1}{7}$ من $\frac{8}{7}$ يساوى ....

(أ) 1 (ب) -1
(جـ) $-\frac{9}{7}$ (د) $\frac{9}{7}$

④ $\frac{3}{4}$ يزيد عن $\frac{3}{8}$ بمقدار ....

(أ) $-\frac{3}{8}$ (ب) $\frac{3}{8}$
(جـ) $-\frac{9}{8}$ (د) $\frac{9}{8}$

⑤ المعكوس الجمعى لباقى طرح : $-\frac{2}{9}$ من $\frac{5}{9}$ هو ....

(أ) $-\frac{7}{9}$ (ب) $-\frac{3}{9}$
(جـ) $\frac{3}{9}$ (د) $\frac{7}{9}$

⑥ إذا كان : $a + \frac{6}{7} = 0$ فإن : $a = $ ....

(أ) صفر (ب) 1
(جـ) $\frac{6}{7}$ (د) $-\frac{6}{7}$

⑦ إذا كان : $\frac{2}{3} \times x = \frac{5}{7} \times \frac{2}{3}$

فإن : $x = $ ....

(أ) $\frac{2}{3}$ (ب) $\frac{5}{7}$
(جـ) $\frac{3}{2}$ (د) $\frac{7}{5}$

⑧ إذا كان : $\frac{2}{5} \div x = \frac{2}{5} \times -\frac{7}{9}$

فإن : $x = $ ....

(أ) $-\frac{9}{7}$ (ب) $-\frac{7}{9}$
(جـ) $\frac{7}{9}$ (د) $\frac{9}{7}$

⑨ إذا كان ثلاثة أمثال عدد هو 27

فإن : $\frac{1}{3}$ هذا العدد يساوى ....

(أ) 3 (ب) 1
(جـ) $\frac{3}{2}$ (د) $\frac{9}{4}$

⑩ إذا كان : $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ فإن : $\frac{3x}{2y} = $ ....

(أ) $\frac{1}{3}$ (ب) 1
(جـ) $\frac{3}{2}$ (د) $\frac{9}{4}$

⑪ إذا كان : $\frac{a}{b} = 70$ فإن : $\frac{a}{2b} = $ ....

(أ) 35 (ب) 68
(جـ) 72 (د) 140

⑫ إذا كان : $\frac{|x|}{5} = 3$ فإن : $x = $ ....

(أ) 5 (ب) 10
(جـ) 15 (د) ± 15

⑬ إذا كان : $(x - 1)$ معكوسًا ضربيًا للعدد $\frac{1}{5}$

فإن : $x = $ ....

(أ) 4 (ب) 5
(جـ) 6 (د) $1\frac{1}{5}$

⑭ أى المقادير الآتية له نفس ناتج ضرب $\frac{-3}{8} \times \frac{8}{3}$ ؟

(أ) $2\frac{1}{4} \times \frac{4}{9}$ (ب) $\frac{-2}{5} \times 3\frac{1}{2}$
(جـ) $-\frac{1}{4} \times (-4)$ (د) $2\frac{1}{2} - 3.5$

⑮ أى من العمليات الآتية له نفس ناتج $2\frac{2}{3} \div \left(-1\frac{3}{7}\right)$ ؟

(أ) $2\frac{2}{3} \times \left(-1\frac{7}{3}\right)$ (ب) $2\frac{2}{3} \times 1\frac{3}{7}$
(جـ) $-2\frac{2}{3} \times \frac{7}{10}$ (د) $-1\frac{3}{7} \times 2\frac{2}{3}$

⑯ ما المعكوس الضربى للعدد $-3\frac{1}{2}$ ؟

(أ) $-\frac{7}{2}$ (ب) $-2\frac{1}{3}$
(جـ) $\frac{-2}{7}$ (د) $\frac{2}{7}$

(17) غاص دولفين من سطح الماء إلى عمق $3\frac{1}{4}$ متر

، ثم غاص مسافة $2\frac{1}{2}$ متر أخرى.

فأى مما يأتى لا يعبر عن موقع الدولفين بالنسبة لسطح الماء؟

(أ) $-3\frac{1}{4}+(-2\frac{1}{2})$ (ب) $-3\frac{1}{4}+\left|-2\frac{1}{2}\right|$

(جـ) $-3\frac{1}{4}-2\frac{1}{2}$ (د) $-(3\frac{1}{4}+2\frac{1}{2})$

(18) غاص دولفين من سطح الماء إلى عمق $3\frac{1}{4}$ متر

، ثم غاص مسافة $2\frac{1}{2}$ متر أخرى.

فأى مما يأتى لا يعبر عن موقع الدولفين بالنسبة لسطح الماء؟

(أ) $-3\frac{1}{4}+(-2\frac{1}{2})$ (ب) $-3\frac{1}{4}+\left|-2\frac{1}{2}\right|$

(جـ) $-3\frac{1}{4}-2\frac{1}{2}$ (د) $-(3\frac{1}{4}+2\frac{1}{2})$

السؤال الثاني: أوجد ناتج كل مما يلى:

(1) $\frac{5}{8}+\left(\frac{-7}{8}\right)$

(2) $-3.2+(-1.\overline{3})$

(3) $-\frac{4}{5}\div 4\frac{2}{5}$

(4) $\frac{-3}{4}\times\left(-2\frac{2}{5}\right)$

(5) $-2.125+2.6+\left(-7\frac{21}{24}\right)$

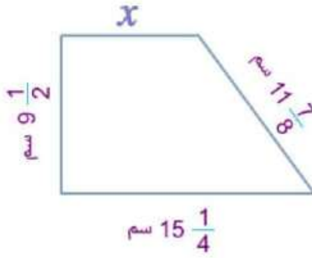
السؤال الثالث: أوجد قيمة x

(1) إذا كان: $\frac{-5}{12}-\left(-\frac{7}{6}\right)=\frac{1}{6}+x$

(2) إذا كان: $\frac{2}{7}-\left(\frac{-11}{21}\right)=\frac{11}{21}-x$

السؤال الرابع:

(1) إذا كان محيط الشكل المقابل يساوى 44 سم ، فأوجد قيمة x بالسنتيمتر.



السؤال الخامس:

(1) يبلغ طول قطعة قماش $7\frac{1}{2}$ متر.

يراد تقسيمها إلى عدد من قطع القماش طول كل منها 30 سم.

ما عدد القطع الناتجة ؟

السؤال السادس:

أحد متسلقى الجبال يتسلق جبلًا ارتفاعه $1\frac{1}{2}$ كيلومتر عن سطح الأرض، فكم يكون ارتفاعه عن سطح الأرض عند صعوده $\frac{2}{3}$ ارتفاع الجبل؟

السؤال السابع:

إذا صعدت سمكة قرش من عمق 152.5 متر تحت سطح البحر مسافة 124.1 متر، أين موقع سمكة القرش بالنسبة لسطح البحر بعد صعودها؟

التعبيرات والصيغ الرياضية

استخدام الرموز لتمثيل أعداد مجهولة أو متغيرات

المتغير هو رمز يعبر عن كمية مجهولة
مثل : x أو y أو z أو ...

التعبير الرياضى :

1 تعبير رياضى عددى :

يتكون من عدد أو أعداد بينها عملية حسابية أو أكثر (+ أ، − أ، × أ، ÷)

مثل : 5 أو $2+4$ أو $2\times(5-7)$ أو $(2-3)\times 7\div 4$ أو ...

2 تعبير رياضى جبرى (مقدار جبرى) :

يتكون من (متغير أو أكثر) أو (أعداد و متغيرات) بينها عملية حسابية أو أكثر (+ أ، − أ، × أ، ÷)

مثل : xy أو $2\times n$ أو $\frac{m}{4}$ أو x^2+3x-1 أو ...

عند ضرب المتغيرات، أو ضرب عدد فى متغير يمكن الاستغناء عن علامة الضرب ×

- $\ell\times w$ يمكن أن تكتب ℓw
- $2\times n$ يمكن أن تكتب $2n$

ملاحظة هامة

المعادلة :

تتكون من تعبيرين رياضيين بينهما علامة التساوى (=).

مثل : $2x=5$ أو $\frac{x}{3}=5$

أو $3y-4=2y$ أو ...

المتباينة :

تتكون من تعبيرين رياضيين بينهما واحدة من علامات التباين (≤ ، ≥ ، > ، <).

مثل : $x<-2$ أو $2x-1>3$

أو $x+1<-2x$ أو ...

الصيغة الرياضية :

هى حقيقة أو قاعدة أو مبدأ يعبر عنه بصورة رياضية مثل المعادلة أو المتباينة أو صورة رياضية أخرى.

مثل : مساحة المستطيل (A) = الطول ℓ × العرض w

مساحة المستطيل

w

ℓ

$A=\ell\times w$

مثال عبر عن كل مما يأتى بصورة رياضية :

1. تكلفة أحمد لشراء 5 تذاكر لدخول السينما بسعر x جنيه للتذكرة ، و 3 أكياس فيشار بسعر y جنيه للكيس بعد حصوله على خصم 20 جنيهًا على مجمل مشترياته.
2. السرعة x كم/س التى يمكن أن تتحرك بها سيارة تسير على طريق (القاهرة - الإسكندرية) الصحراوى يجب أن لا تزيد عن 120 كم/س.
3. ضعف العدد x مضافًا إليه 5 يساوى 1.
4. مساحة المربع (A) الذى طول ضلعه (ℓ).

الحل

1. $5x+3y-20$
2. $x\leq 120$
3. $2x+5=1$
4. $A=\ell^2$

تدريب

1. اكتب المقدار الجبرى الذى يعبر عن طرح 5 من ثلاثة أمثال العدد x. ....
2. اكتب الصيغة الرياضية التى تعبر عن حجم المكعب (V) الذى طول حرفه x. ....

الحدود الجبرية

• الحد الجبرى :

ينتج الحد الجبرى من حاصل ضرب (أو خارج قسمة) عدد لا يساوى الصفر ومتغير واحد على الأقل، ويسمى هذا العدد معامل الحد الجبرى.

أمثلة :

حد جبرى	حد جبرى	حد جبرى
$\frac{1}{4}m$ (معامل، متغير)	$-2xy$ (معامل، متغير، متغير)	$3a$ (معامل، متغير)

• الحدود الجبرية المتشابهة :

هى الحدود التى لها نفس المتغيرات بالأسس ذاتها حتى لو اختلفت فى معاملاتها.

- $4x^2$, $-3x^2$ حدان متشابهان
- $\frac{1}{2}y^2$, $4y$ حدان غير متشابهين لاختلاف أس المتغير y
- $2nm^2$, $2n^2m$ حدان غير متشابهين لاختلاف أسس المتغيرين m , n

- الحد الجبرى يجب أن يحتوى على متغير واحد على الأقل.
- الحد الجبرى هو تعبير رياضى جبرى لا يحتوى على عملية الجمع (+) أو الطرح (–).

الحدود التى لا تحتوى على متغيرات، وتحتوى على أعداد فقط تسمى حدودًا ثابتة وهى حدود متشابهة مثل : 2 , $\frac{-3}{5}$, 1 , ...

مثال

اكتب الحدود المتشابهة (إن وجدت) فى كل مجموعة مما يأتى :

1. $3x$, $5y$, $2x$
2. 5 , $3a^3$, $-a$, a^2
3. $3x$, $-2yx$, $3xy$, $5y$
4. $2y$, $-3x$, $5y$, $4x$

الحل

1. الحدان $2x$, $3x$ متشابهان
2. لا توجد حدود متشابهة
3. الحدان $-2yx$, $3xy$ متشابهان
4. الحدان $-3x$, $4x$ متشابهان ، الحدان $2y$, $5y$ متشابهان

تدريب

ضع الحدود المتشابهة فى مجموعات

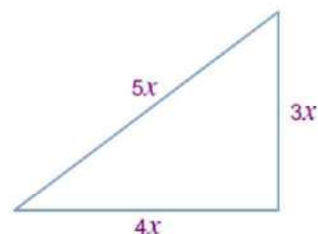
$4x$, $5y$, $2xy$, $-3x$, $-5xy$, $8y$, $6x^2$

.... | .... | ....

جمع الحدود الجبرية المتشابهة

مثال

أوجد التعبير الرياضى الذى يعبر عن محيط المثلث المقابل، ثم أوجد القيمة العددية للمحيط عند : $x = 1$



الحل

نعبر عن محيط المثلث بالتعبير الرياضى :

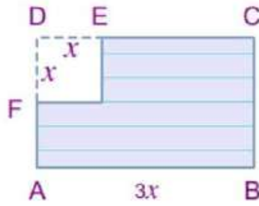
$4x + 3x + 5x = (4 + 3 + 5)x = 12x$

القيمة العددية لمحيط المثلث عند $x = 1$ هى :

$12 \times 1 = 12$

تدريب

الشكل يعبر عن ورقة على شكل مستطيل مقطوع منها مربع.
اكتب التعبير الرياضى الذى يعبر عن طول $\overline{EC}$.



مثال

المقدار الجبرى $4x + 3y - 8xy - 6$ له أربعة حدود ، اكتب :

1. حدود المقدار
2. الحد الثابت
3. معامل xy
4. المتغير الذى معامله 3

ثابت	متغير	متغير	معامل	متغير	معامل	متغير	معامل
-6	y	x	-8	y	$+3$	x	4
حد ثابت	حد جبرى			حد جبرى		حد جبرى	

الحل

1. حدود المقدار هى
$-6 , -8xy , 3y , 4x$
2. الحد الثابت هو -6
3. معامل xy هو -8
4. المتغير الذى معامله 3 هو المتغير y

تدريب

المقدار الجبرى $5x - 7y + 1$ له ثلاثة حدود ، اكتب :

1. حدود المقدار ....
2. الحد الثابت ....
3. المتغير الذى له أصغر معامل ....
4. معامل x ....

تبسيط المقدار الجبرى

- يكون المقدار الجبرى فى أبسط صورة عندما لا يحتوى على حدود متشابهة.
- يمكن وضع المقدار الجبرى فى أبسط صورة بجمع الحدود المتشابهة بعد إزالة الأقواس (إن وجدت) باستخدام خاصية التوزيع.

مثال

اختصر (بسِّط) كلًا من المقدارين الجبريين الآتيين :

1. $-x + 2y - 8y + 5x + 7$
2. $2(3x - 4) - 3(x - 2)$

الحل

1. $-x + 2y - 8y + 5x + 7$

$= -x + 5x + 2y - 8y + 7$ (خاصية الإبدال)

$= (-x + 5x) + (2y - 8y) + 7$ (خاصية التجميع)

$= (-1 + 5)x + (2 - 8)y + 7$ (جمع معاملات الحدود المتشابهة)

$= 4x - 6y + 7$ (كتابة المقدار فى أبسط صورة)

2. $2(3x - 4) - 3(x - 2)$

$= 6x - 8 - 3x + 6$ (استخدام خاصية التوزيع فى فك الأقواس)

$= 6x - 3x - 8 + 6$ (خاصية الإبدال)

$= (6x - 3x) + (-8 + 6)$ (خاصية التجميع)

$= 3x - 2$ (كتابة المقدار فى أبسط صورة)

تدريب

اختصر (بسِّط) كلاً من المقادير الجبرية الآتية :

1. $2x + 4y + x - 7y$ ....
2. $5a + 2a - b + 3b$ ....
3. $13x - 7 + 8x + 19$ ....
4. $3(x - 7) - 5(2x - 5)$ ....

جمع المقادير الجبرية

مثال

أوجد ناتج جمع كل من المقادير التالية ثم أوجد قيمة المقدار عندما $X = 20$

$(X + 5)$ جنيهاً، $(2X + 3)$ جنيهًا، $(3X - 1)$ جنيهاً.

الحل

$$X + 5 + 2X + 3 + 3X - 1 = X + 2X + 3X + 5 + 3 - 1$$
$$= (1 + 2 + 3)X + (5 + 3 - 1)$$
$$= 6X + 7$$

عند : $X = 20$ فإن قيمة المبلغ بالجنيهات هى :

$$6 \times 20 + 7 = 120 + 7 = 127$$

تدريب

يقرأ عمر كتابًا فى ثلاثة أيام ، قرأ فى اليوم الأول X صفحة ، فى اليوم التالى قرأ 31 صفحة ، وفى اليوم الثالث قرأ $(2X + 17)$ صفحة، اكتب مقدارًا جبريًا فى أبسط صورة يعبر عن عدد صفحات الكتاب التى قرأها عمر. ثم أوجد عدد الصفحات التى قرأها عمر عند $X = 20$ ....

طرح المقادير الجبرية

ملاحظة

يقل عن ينقص عن جميعها نبدأ بالمقدار الثاني

$-(x + y) = -x - y$
$-(x - y) = -x + y$
$-(-x + y) = x - y$
$-(-x - y) = x + y$

مثال

إذا كان سعر شراء سيارة هو $5X - 10$ وسعر بيعها هو $6X + 7$ فأوجد مقدار الربح

وإذا كان $X = 40$ جنيها فكم يكون مقدار الربح مقدرا بالجنيهات

الحل

- سعر الشراء هو $5X - 10$
- سعر البيع هو $6X + 7$
- الربح هو سعر البيع مطروحًا منه سعر الشراء.

$$(6X + 7) - (5X - 10) = 6X + 7 - 5X + 10 = 6X - 5X + 7 + 10$$
$$= (6 - 5)X + 7 + 10 = X + 17$$

أى أن مقدار ما ربحه التاجر هو $(X + 17)$ جنيهاً.

عند : $X = 40$ فإن مقدار ما ربحه التاجر بالجنيه هو :

$$40 + 17 = 57$$

تدريب

قرر محمد أن يقرأ كتاباً عدد صفحاته $(7X + 31)$ صفحة، فقرأ خلال ثلاثة أيام $(4X + 17)$ صفحة.
كم صفحة تتبقى لمحمد حتى يتم قراءة صفحات الكتاب بالكامل؟ ....



الواجب

السؤال الأول: إختر الأجابة الصحيحة

① ما التعبير الرياضى الذى يعبر عن طرح (2 −) من x ؟

(أ) $x-2$ (ب) $2-x$

(جـ) $-2-x$ (د) $x+2$

② ما الصيغة الرياضية التى تعبر عن المساحة (A) لمتوازى أضلاع طول قاعدته (ℓ) وارتفاعه (h) ؟

(أ) $A=\frac{1}{2}\ell h$ (ب) $A=\ell+h$

(جـ) $A=\ell h$ (د) $A=\frac{\ell}{h}$

③ ما المعادلة المناسبة لإيجاد طول ضلع مثلث متساوى الأضلاع محيطه 12 سنتيمتر؟

(أ) $x+3=12$ (ب) $3x=12$

(جـ) $2x=12$ (د) $x=12$

④ ما المتباينة التى تعبر عن أن الطول n سنتيمتر المناسب لاختيار شخص لممارسة إحدى الألعاب الرياضية يجب أن لا يقل عن 180 سنتيمتر ؟

(أ) $n<180$ (ب) $n>180$

(جـ) $n\le 180$ (د) $n\ge 180$

⑤ أى مما يلى حدان جبريان متشابهان ؟

(أ) $2x , -2x^2$ (ب) $3a , 8a$

(جـ) $7x , 7$ (د) x^2 , y^2

⑥ أى مما يلى يساوى 5 a ؟

(أ) $3+2a$ (ب) $2+3a$

(جـ) $2a+3a$ (د) $5+a$

⑦ $a+a+a=$ ....

(أ) $3a^3$ (ب) a^3

(جـ) $3+a$ (د) $3a$

⑧ $5x+(-3x)=$ ....

(أ) $8x$ (ب) $2x$

(جـ) $-2x$ (د) $-8x$

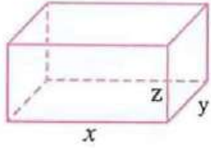
⑨ إذا كانت : $a=2b$ ، $b=15$

فما القيمة العددية للمقدار $a+2b+5$ ؟

(أ) 40 (ب) 60

(جـ) 30 (د) 65

⑩ ما الصيغة الرياضية التى تعبر عن حجم متوازى المستطيلات المقابل (v) ؟



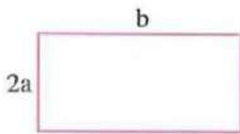
(أ) $v=2xy+2yz+2zx$

(ب) $v=\frac{1}{2}xy+z$

(جـ) $v=xyz$

(د) $v=2(x+y)z$

⑪ ما التعبير الجبرى الذى يعبر عن محيط المستطيل المقابل ؟



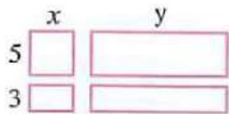
(أ) $b+2a$

(ب) $a+2b$

(جـ) $4a+2b$

(د) $2ab$

⑫ ما التعبير الجبرى الذى يعبر عن مساحة الحديقة المقابلة ؟



(أ) $5x+5y$

(ب) $3x+3y$

(جـ) $8xy$

(د) $8x+8y$

⑬ ناتج جمع المقدارين

$-3x+5$ ، $2x-1$ هو ....

(أ) $-5x+4$ (ب) $4-x$

(جـ) $x-4$ (د) $x+4$

⑭ المقدار $2x+3y$ يزيد عن $3y-2x$ بمقدار ....

(أ) $-6y$ (ب) $-4x$

(جـ) $4x$ (د) $6y$

⑮ ناتج جمع المقدارين

$x+2y-3z$ ، $-2y-x-3z$ هو ....

(أ) $-6z$

(ب) صفر

(جـ) $6z$

(د) $2x-4y+6z$

⑯ المعكوس الجمعي للمقدار $3x - 2y + 8$ هو ....

(أ) $-3x - 2y + 8$
(ب) $-3x + 2y + 8$
(جـ) $-3x + 2y - 8$
(د) $3x + 2y - 8$

⑰ $.............. + (2x - 3y) = -x + y - 4$

(أ) $x - 2y - 4$
(ب) $-3x + 4y + 4$
(جـ) $-4 - 3x + 4y$
(د) $4y + 3x + 4$

⑲ $(4x - 3y + 2) - (..............) = y + x - 5$

(أ) $3x - 4y + 3$
(ب) $3x - 4y + 7$
(جـ) $3y + 4x + 7$
(د) $-2y + 5x - 3$

⑳ $(..............) - (a - 3b + c) = -4c - 2b$

(أ) $a - b + 5c$
(ب) $-5c + b - a$
(جـ) $a - b + 5c$
(د) $-3c - 5b + a$

21 $(17 - 3x + 5y) + (..............) = 15 - y$

(أ) $3x - 2 - 4y$
(ب) $-2 - 6y$
(جـ) $3x - 6y - 2$
(د) $6y + 3x - 2$

السؤال الثاني: عبر رياضيا عن كل مما يأتي

① عمر سالى منذ 5 سنوات إذا كان عمرها الآن x سنة.

② الوسط الحسابى للعددين x ، y لا يقل عن 18.

③ محيط المثلث p إذا كانت أطوال أضلاعه هى a ، b ، c.

④ مستطيل بعداه x ، y ومساحته 36 سنتيمتر مربع.

⑤ باسم يملك عدد x ورقة نقود فئة 1 جنيه،
وعدد y ورقة نقود فئة 5 جنيهات،
وعدد z ورقة نقود فئة 10 جنيهات.

السؤال الثالث: أكتب المقادير الجبرية التالية في أبسط صورة

① $7m - 2n - 7m + 1$

② $-2n + 3(n - 1)$

③ $3(2x - 5) - 4(x - 6)$

السؤال الرابع: أوجد قيمة كل من التعبيرات التالية إذا علمت أن $a = 8$ ، $b = 3$ ، $d = 4$ ، $f = -1$:

① $\frac{-a}{4}$

② $b^2 - 2f$

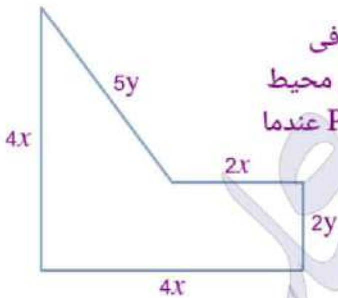
③ $af + 3d$

السؤال الخامس: اكتب المعاملات الناقصة لتكون المعادلة التالية صحيحة

$10x + 6y - \square x + \square y = 3x + 8y$

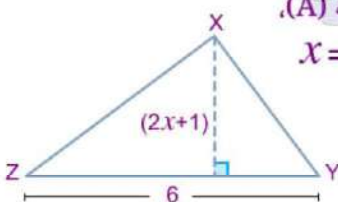
السؤال السادس:

اكتب تعبيرًا رياضيًا فى أبسط صورة يعبر عن محيط الشكل (P) ثم أوجد P عندما $x = 3$ ، $y = 2$



السؤال السابع:

XYZ مثلث، اكتب الصيغة الرياضية التى تعبر عن مساحته (A)، ثم أوجد A عندما $x = 1$



المعادلات الخطية

مفهوم المعادلة المعادلة هى جملة رياضية تعبر عن تساوى تعبيرين رياضيين.

أمثلة :

معادلات فى متغير (مجهول) واحد	معادلات خطية
$x + 2 = 5$ معادلة خطية	$x + 5 = -2$ (معادلة فى متغير واحد)
$4x^2 + 1 = 4$ معادلة تربيعية	$x + 2y = 5$ (معادلة فى متغيرين)
$x^3 + x = 2$ معادلة تكعيبية	

وسوف تقتصر دراستنا فى هذا الفصل الدراسى على المعادلات الخطية فى متغير واحد.

لإيجاد المعادلة المناسبة لكل موقف افرض المجهول (x أو y أو ...)

مثال عبر عن كل من المواقف الآتية بمعادلة مناسبة :

1. عند إضافة 5 إلى عدد كان الناتج (3−)
2. عند طرح 15 من ضعف عدد كان الناتج 12
3. مجموع ثلاثة أعداد فردية متتالية يساوى 87

الحل

1. $x + 5 = -3$
2. $2x - 15 = 12$
3. $y + (y + 2) + (y + 4) = 87$

تدريب عبر عن كل من المواقف الآتية بمعادلة مناسبة :

1. عند إضافة 3 إلى عدد كان الناتج 0 ....
2. عند طرح (8 −) من ثلاثة أمثال عدد كان الناتج (5 −) ....
3. مجموع عددين زوجيين متتاليين يساوى 54 ....

حل المعادلة

مجموعة حل المعادلة هى مجموعة جزئية من مجموعة التعويض

• **مجموعة التعويض**
هى المجموعة التى تنتمى إليها القيم المحتملة للمجهول فى المعادلة.

• **مجموعة حل المعادلة**
هى مجموعة القيم التى تنتمى لمجموعة التعويض وتحقق تساوى طرفى المعادلة.

حل المعادلات باستخدام طريقة التعويض

مثال أوجد مجموعة حل المعادلة : $2x + 1 = 7$ إذا كانت مجموعة التعويض هى $\{2, 3, 4\}$

قيم x الموجودة بمجموعة التعويض	2	3	4
التعويض بقيم x فى المعادلة $2x + 1 = 7$	$2(2) + 1 \stackrel{?}{=} 7$ $5 \neq 7$	$2(3) + 1 \stackrel{?}{=} 7$ $7 = 7$	$2(4) + 1 \stackrel{?}{=} 7$ $9 \neq 7$
هل طرفا المعادلة متساويان؟	✗	✓	✗

تدريب أوجد مجموعة حل المعادلة $3X + 2 = 17$ إذا كانت مجموعة التعويض هى $\{3, 4, 5, 6\}$

....

....

....

....

....

....

....

ملاحظات هامة

إذا كانت A ، B ، C ثلاثة أعداد فإن لهذه الأعداد الخواص الآتية :

① خاصية الجمع أو الإضافة :

إذا كان : $A = B$ فإن : $A + C = B + C$

فمثلًا : إذا كان : $X - 1 = 3$ فإن : $X - 1 + 1 = 3 + 1$ ومنها $X = 4$

■ خاصية ①

يمكن جمع (أو إضافة) نفس العدد إلى طرفى المعادلة ويبقى الطرفان متساويين.

② خاصية الطرح أو الحذف :

إذا كان : $A = B$ فإن : $A - C = B - C$

فمثلًا : إذا كان : $X + 2 = 3$ فإن : $X + 2 - 2 = 3 - 2$ ومنها $X = 1$

■ خاصية ②

يمكن طرح (أو حذف) نفس العدد من طرفى المعادلة ويبقى الطرفان متساويين.

③ خاصية الضرب :

إذا كان : $A = B$ فإن : $A \times C = B \times C$

فمثلًا : إذا كان : $\frac{1}{3}X = 3$ فإن : $3 \times \frac{1}{3}X = 3 \times 3$ ومنها $X = 9$

■ خاصية ③

يمكن ضرب طرفى المعادلة فى نفس العدد ويبقى الطرفان متساويين.

④ خاصية القسمة :

إذا كان : $A = B$ فإن : $\frac{A}{C} = \frac{B}{C}$ (حيث $C \neq 0$)

فمثلًا : إذا كان : $4X = 20$ فإن : $\frac{4X}{4} = \frac{20}{4}$ ومنها $X = 5$

■ خاصية ④

يمكن قسمة طرفى المعادلة على نفس العدد (ما عدا الصفر) ويبقى الطرفان متساويين.

حل المعادلات باستخدام خواص علاقة التساوى

مثال

أوجد مجموعة حل المعادلة $2x + 7 = 3$ إذا كانت مجموعة التعويض : ① Z ② N

الحل

$2x + 7 = 3$

$2x + 7 - 7 = 3 - 7$ (طرح 7 من طرفى المعادلة)

$2x = -4$

$\frac{2x}{2} = \frac{-4}{2}$ (قسمة طرفى المعادلة على 2)

$x = -2$

① إذا كانت مجموعة التعويض Z

، $-2 \in Z$ إذن مجموعة حل المعادلة فى Z هى $\{-2\}$

② إذا كانت مجموعة التعويض N

، $-2 \notin N$ إذن مجموعة حل المعادلة فى N هى ϕ

يمكنك الحل بـ (عكس العملية).

$2x + 7 = 3$

$2x = 3 - 7$

$2x = -4$

$x = \frac{-4}{2} = -2$

تدريب

① أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية :

$x + 12 = 7$ | $3x + 11 = 9$ | $2y - 5 = -2$ | $9 - 2b = 7$

إذا كانت مجموعة التعويض هى : ① Z ② Q

....

② أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية :

$x + 3 = 4$ | $x - 2 = 3$ | $x - 1 = -3$ | $x + 5 = 2$

إذا كانت مجموعة التعويض هى : ① Z ② N

....

مثال أوجد فى Q مجموعة حل كل من المعادلتين الآتيتين : ① $2(X-3)=8$ ② $2(X+3)=3(1-X)$

الحل

① $2(X-3)=8$

$2X-6=8$ (خاصية التوزيع)

$2X-6+6=8+6$ (إضافة 6 لطرفى المعادلة)

$2X=14$ (تبسيط المعادلة)

$\frac{2X}{2}=\frac{14}{2}$ (قسمة الطرفين على 2)

$X=7$, $7\in Q$

أى أن مجموعة الحل = $\{7\}$

② $2(X+3)=3(1-X)$

$2X+6=3-3X$ (خاصية التوزيع)

$2X+3X=3-6$ (تجميع الحدود المتشابهة)

$5X=-3$ (تبسيط كل طرف)

$X=-\frac{3}{5}$, $-\frac{3}{5}\in Q$ (إيجاد قيمة X)

أى أن مجموعة الحل = $\{-\frac{3}{5}\}$

تدريب أوجد فى Q مجموعة حل كل من المعادلات الآتية :

① $3(X-5)=-18$ ② $3(X-1)+4=3$

③ $4(X-3)=2(X+4)$ ④ $5(X-3)=2(X-1)$

① ....

② ....

③ ....

④ ....

مثال اشترى أربعة أشخاص تذاكر لدخول المتحف المصرى بالقاهرة ، كما اشتروا هدايا تذكارية بمبلغ 500 جنيه ، فإذا بلغت التكلفة الإجمالية 620 جنيهاً. **اكتب معادلة تمثل هذا الموقف. ما سعر التذكرة الواحدة ؟**

الحل

افرض سعر التذكرة الواحدة X جنيهاً

سعر الأربعة تذاكر $4X$ جنيهاً

$4X+500=620$

$4X=620-500$

$4X=120$

$X=\frac{120}{4}$

$X=30$

أى أن سعر التذكرة الواحدة 30 جنيهاً.



الواجب

السؤال الأول: إختر الأجابة الصحيحة

① عددان متتاليان مجموعهما 29.
أى من المعادلات التالية تعبر عن ذلك ؟

(أ) $X+X+2=29$ (ب) $X+X+1=29$

(جـ) $X+X-1=28$ (د) $X+X+1=30$

② عمر زياد الآن X سنة، وعمره منذ 7 سنوات كان 18 سنة.
أى من المعادلات التالية تمثل الموقف السابق ؟

(أ) $X+7=25$ (ب) $X-7=11$

(جـ) $X+7=18$ (د) $X-7=18$

③ أى من المعادلات الآتية ليس لها حل فى Z ؟

(أ) $6X=12$ (ب) $6X=15$

(جـ) $6X=18$ (د) $6X=24$

④ أى مما يلى يمثل حل المعادلة $2(X-5)=0$ فى Q ؟

(أ) 0 (ب) 5

(جـ) -5 (د) 10

⑤ إذا كانت : $2X=2$

فإن : $(3X-1)=$ ....

(أ) 1 (ب) 2

(جـ) 3 (د) 4

⑥ إذا كانت : $4(X+2)=12$ وكانت مجموعة التعويض

هى $\{4 , 3 , 2\}$ فإن مجموعة الحل = ...

(أ) $\{1\}$ (ب) $\{2\}$

(جـ) $\{3\}$ (د) $\varnothing$

⑦ مجموعة الحل فى $\mathbb{Z}$ للمعادلة : $7-3X=X-3$

هى ....

(أ) $\varnothing$ (ب) $\{2\}$

(جـ) $\{1\}$ (د) $\{3\}$

⑧ مجموعة الحل فى $\mathbb{Q}$ للمعادلة :

$4(X-8)=2X+1$ هى ....

(أ) $\{17\}$ (ب) $\varnothing$

(جـ) $\{16\frac{1}{2}\}$ (د) $\{20\}$

⑨ اشترت صفاء ثلاث حقائب سفر متطابقة ودفعت 1500 جنيه بعد أن حصلت على خصم 300 جنيه فإن سعر الحقيبة الواحدة قبل الخصم

يساوى .... جنيه.

(أ) 500 (ب) 600

(جـ) 700 (د) 800

⑩ إذا كانت : $0.\overline{6}X-\frac{1}{3}=1$ فما قيمة X ؟

(أ) $\frac{20}{9}$ (ب) $\frac{2}{9}$

(جـ) 2 (د) $\frac{1}{2}$

السؤال الثاني:

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية فى N

① $-\frac{2}{5}+a=\frac{3}{5}$

② $4+5X=9$

③ $2(X+7)=10$

السؤال الثالث:

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية فى Z

① $2X-5=-17$

② $4-3X=19$

③ $4(X-1)=3(X+1)$

السؤال الرابع:

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية فى Q

① $\frac{1}{3}X+3=12$

② $2X+5=12+3X$

③ $7=2(X+3)$

السؤال الخامس: أجب عن الأسئلة التالية

① إذا كان : $\frac{m}{3} = 7$ فما قيمة $m - 19$ ؟

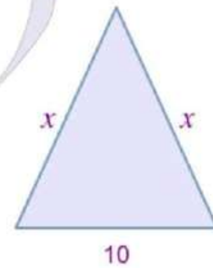
② إذا كان : $-7k = 28$ فما قيمة $3k + 6$ ؟

③ إذا كان عُمر أمى الآن ثلاثة أمثال عمرى،
وكان عُمر أمى يزيد 24 سنة عن عُمرى.
فما هو عمر كل منا الآن ؟

④ كتب معلم الرياضيات عددًا صحيحًا على السبورة،
ثم كتب عددًا آخر أقل من ضعف العدد الأول بمقدار 17،
فكان مجموع العددين 112 ما هو العدد الذى كتبه المعلم أولًا ؟

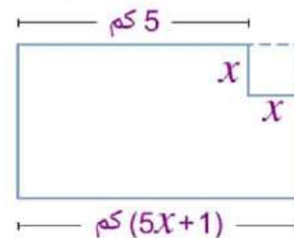
السؤال السادس:

إذا كان محيط المثلث المقابل يساوى 34 فما قيمة x ؟



السؤال السابع:

ما قيمة x بالكيلو متر ؟



السؤال الثامن:

ملعب كرة قدم على شكل مستطيل طوله يقل 15 متراً عن ضعف عرضه ، فإذا كان محيطه 330 مترًا.
أوجد بعدى الملعب.

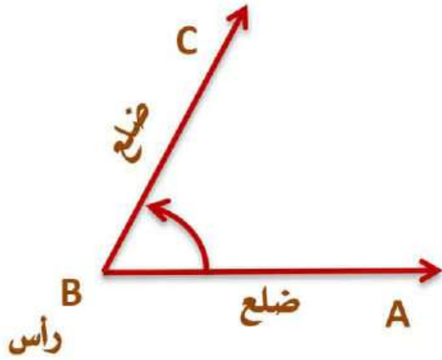
السؤال التاسع:

حصالة بها 42 ورقة نقود من فئتى 20 جنيهًا، 50 جنيهًا
فإذا كانت القيمة الإجمالية للنقود فى الحصالة 1800 جنيه.
كم عدد ورق النقود فئة 20 جنيهًا ؟



ثانيا الهندسة

1 أنواع الزوايا والعلاقات بين الزوايا

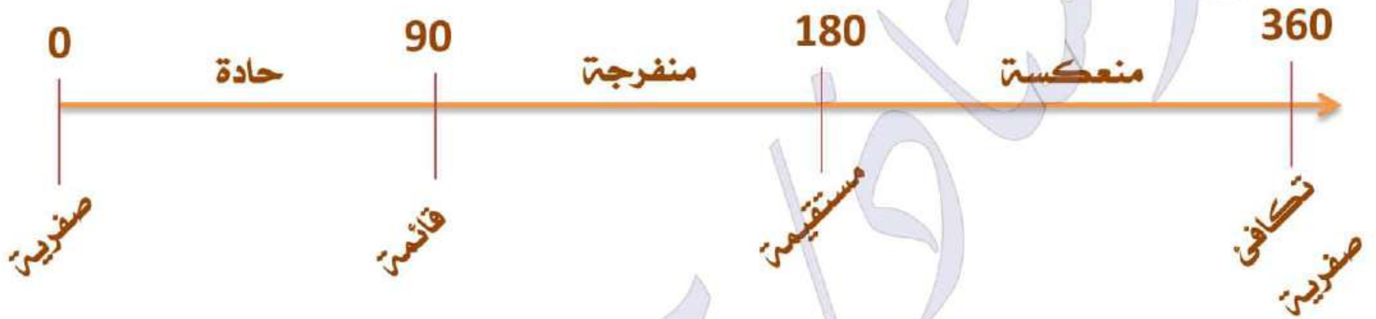


تعريف الزاوية : هي اتحاد شعاعين لهما نفس نقطة البداية

- نقطة البداية تسمى (رأس الزاوية)
- كلا من الشعاعين يسمى (ضلع الزاوية)
- تقاس باستخدام المنقلة
- وحدات القياس هي:

الدرجة (°) = 60 دقيقة (') ، الدقيقة (') = 60 ثانية ('')

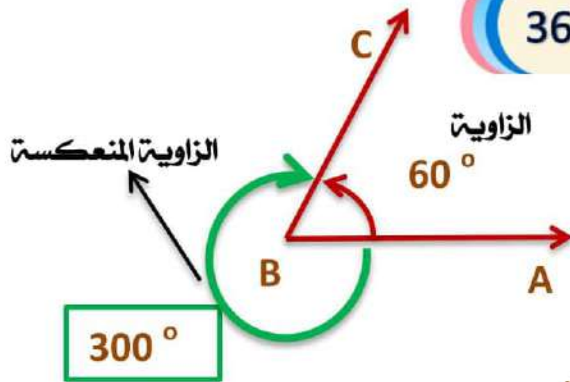
أنواع الزوايا



مثال

C B A	C B A	C B A
زاوية صفرية ينطبق ضلعيها وقياسها يساوي صفر	زاوية حادة قياسها أكبر من الصفر وأقل من 90	زاوية قائمة ضلعيها متعامدان وقياسها يساوي 90
C B A	C B A	B A C
زاوية منفرجة قياسها أكبر من 90 وأقل من 180	زاوية مستقيمة ضلعيها على استقامة واحدة وقياسها = 180	زاوية منعكسة وقياسها أكبر من 180 وأقل من 360

قياس زاوية B + قياس زاوية B المنعكسة = 360 °



مثال

- أكمل ما يأتي:

1) إذا كان: m(A) = 110 ° فإن: m(A) المنعكسة = ... °

2) إذا كان: m(A) المنعكسة = 315 ° فإن: m(A)= .... °

الحل 1) 250 2) 45

- أكمل الجدول التالي:

قياس زاوية A	70 °	130 °	167 °	....	89 ° 60'	75.5 °
قياس زاوية A المنعكسة	....	....	....	225 °	....	....

مثال أوجد قيمة X في كل مما يأتي:

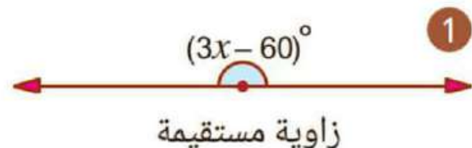
2X - 10, B, C, A, زاوية مستقيمة	2X - 10, B, 150 °, A, C
$2X-10°=180°$ $2X=180°+10°$ $2X=190°$ $X=\frac{190°}{2}$ $X=95°$	$2X-10°=360°-150°$ $2X-10°=210°$ $2X=210°+10°$ $2X=220°$ $X=\frac{220°}{2}$ $X=110°$

الحل

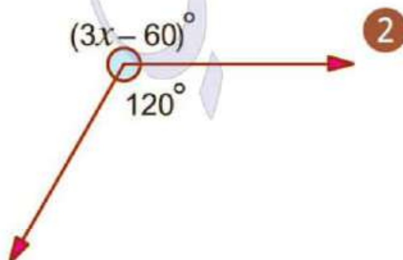
تدريب

أوجد قيمة x فى كل مما يأتى :

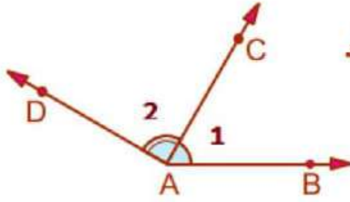
1)



2)



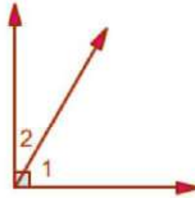
العلاقات بين الزوايا

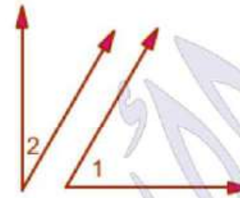


① الزاويتان المتجاورتان : هما زاويتان تقعان فى نفس المستوى، ولهما رأس مشترك وضلع مشترك، ويقع الضلعان الآخران فى جهتين مختلفتين من الضلع المشترك.

مثل الزاوية ( ) ، ( ) في الشكل المقابل حيث الرأس هي A والضلع هو AC

② الزاويتان المتتامتان : هما زاويتان مجموع قياسيهما 90°





مثل

{0 , 90} ، {60 , 30}

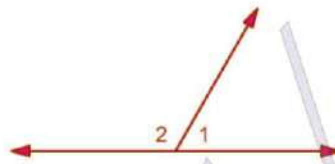
{40 , 50} ، {70 ، 20} ،

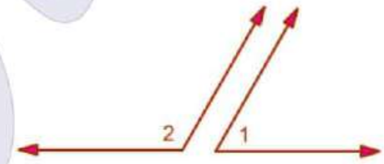
لاحظ: حادة تمم حادة

قائمة تتمم صفرية

ملاحظة هامة: الضلعان المتطرفان لزاويتان متتامتان يكونان متعامدان

③ الزاويتان المتكاملتان : هما زاويتان مجموع قياسيهما 180°.





مثل

{0 , 180} ، {150 , 30}

{130 , 50} ، {70 ، 110} ،

لاحظ: حادة تكمل منفرجة

قائمة تكمل قائمة

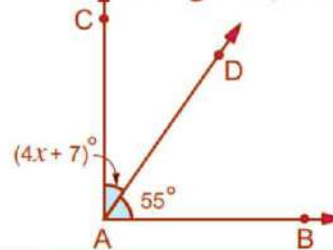
مستقيمة تكمل صفرية

ملاحظة هامة: الضلعان المتطرفان لزاويتان متكاملتان يكونان على استقامة واحدة

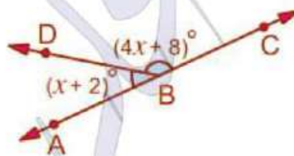
مثال

أوجد قيمة X فى كل مما يأتى :

① إذا كان $\overrightarrow{AB}$ عموديًا على $\overrightarrow{AC}$.



② إذا كانت A ، B ، C على استقامة واحدة.



الحل

① الزاويتان تكوّنان زاوية قائمة

$55° + 4X + 7° = 90°$

$4X + 62° = 90°$

$4X = 90° - 62° = 28°$

$X = \frac{28°}{4} = 7°$

② الزاويتان تكوّنان زاوية مستقيمة

$4X + 8° + X + 2° = 180°$

$5X + 10° = 180°$

$5X = 180° - 10° = 170°$

$X = \frac{170°}{5} = 34°$

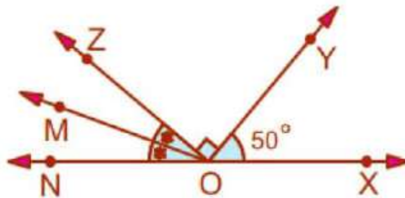
مثال

②	①
هل $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ على استقامة واحدة ؟ اذكر السبب.	هل $\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{AB}$ ؟ اذكر السبب.

الحل

②	①
$\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ على استقامة واحدة لأن : $m(\angle BAD) + m(\angle DAC) = 180^\circ$	$\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$ لأن : $m(\angle BAD) + m(\angle DAC) = 90^\circ$

مثال



فى الشكل المقابل :

$O \in \overleftrightarrow{XN}$ ، إذا كان $\overrightarrow{OM}$ ينصف $\angle NOZ$

فأوجد $m(\angle MOX)$

الحل

$m(\angle NOZ) + 90^\circ + 50^\circ = 180^\circ$

$m(\angle NOZ) = 180^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$

$m(\angle NOM) = m(\angle MOZ) = \frac{40^\circ}{2} = 20^\circ$

$m(\angle MOX) = 20^\circ + 90^\circ + 50^\circ = 160^\circ$

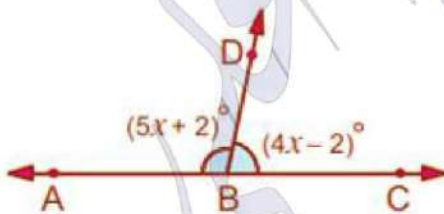
منصف الزاوية

هو الشعاع الذى يقسم الزاوية إلى زاويتين متطابقتين (متساويتين فى القياس).

تدريب

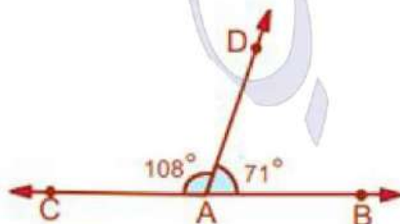
①

إذا كانت النقط A ، B ، C على استقامة واحدة ، فأوجد قيمة x..



②

هل $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ على استقامة واحدة ؟ وضح السبب.

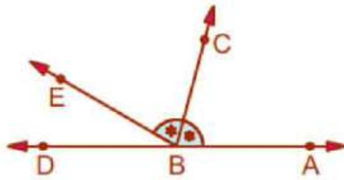


③ إذا كانت $B \in \overleftrightarrow{AD}$

وكان $\overrightarrow{BC}$ ينصف $\angle ABE$ ،

$m(\angle EBA) = 150°$

فما قياس $\angle DBC$ ؟

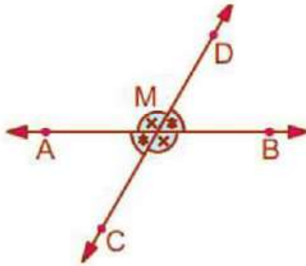


(أ) 150° (ب) 105° (جـ) 75° (د) 30°

الزوايتان المتقابلتان بالرأس

الزاويتان المتقابلتان بالرأس هما زاويتان غير متجاورتين ناتجتان من تقاطع مستقيمين.

مثال :



- الزاويتان $\angle AMC$ ، $\angle BMD$ متقابلتان بالرأس.
- الزاويتان $\angle AMD$ ، $\angle BMC$ متقابلتان بالرأس.

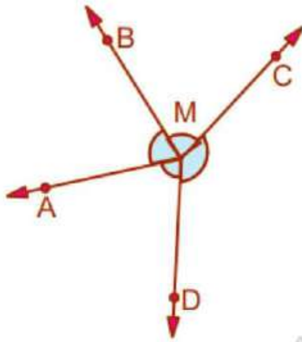
الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان (متساويتان فى القياس).

أى أن : $m(\angle AMD) = m(\angle BMC)$ ، $m(\angle AMC) = m(\angle BMD)$

⑤ الزوايا المتجمعة حول نقطة :

مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة يساوى 360°.

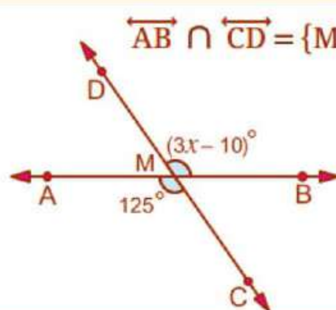
مثال :



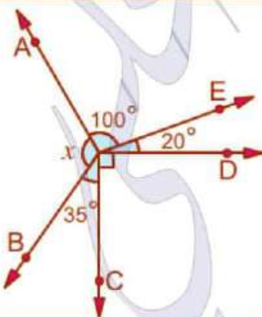
$m(\angle AMB) + m(\angle BMC) + m(\angle CMD) + m(\angle DMA) = 360°$

مثال أوجد قيمة x فى كل مما يأتى :

① $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$



②



الحل

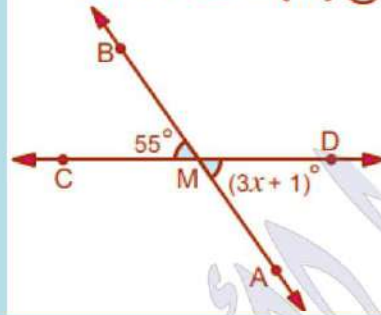
①
$3x - 10° = 125°$
$3x = 125° + 10° = 135°$
$x = \frac{135°}{3} = 45°$

②
$x + 100° + 20° + 90° + 35° = 360°$
$x + 245° = 360°$
$x = 360° - 245° = 115°$

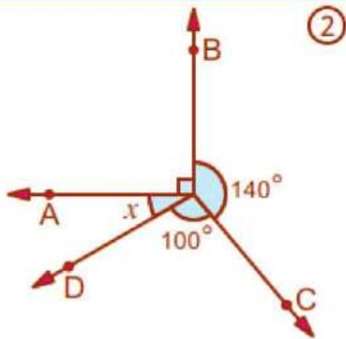
تدريب

أوجد قيمة x فى كل مما يأتى :

① $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$



②



الواجب

السؤال الأول: إختر الأجابة الصحيحة

1 ما نوع الزاوية المُكملة لزاوية حادة؟

(أ) حادة (ب) منفرجة (جـ) مستقيمة (د) منعكسة

2 إذا كانت الزاويتان A ، B متتامتين وكان $m(\angle A)$ 40° فما قياس $\angle B$ ؟

(أ) 40° (ب) 50° (جـ) 90° (د) 140°

3 ما نوع الزاوية المُتممة لزاوية قائمة؟

(أ) حادة (ب) منفرجة (جـ) صفرية (د) مستقيمة

4 ما قياس الزاوية التى تكمل الزاوية التى قياسها $34^\circ\ 60'$ ؟

(أ) 55° (ب) 56° (جـ) 145° (د) 146°

5 ما نوع الزاويه : $89^\circ\ 60'$ ؟

(أ) حادة (ب) منفرجة (جـ) صفرية (د) مستقيمة

6 ما نوع الزاويه : $89^\circ\ 61'$ ؟

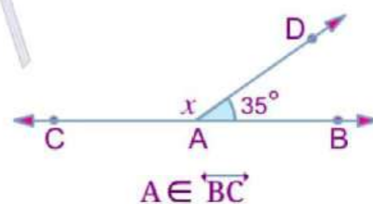
(أ) حادة (ب) منفرجة (جـ) صفرية (د) مستقيمة

7 ما نوع الزاويه : $179^\circ\ 60'$ ؟

(أ) حادة (ب) منفرجة (جـ) صفرية (د) مستقيمة

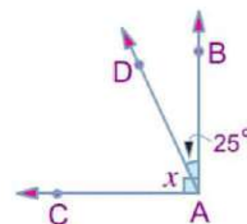
السؤال الثاني: أوجد قيمة   في كلا مما يأتي

①

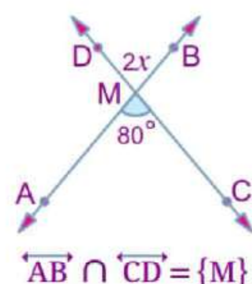


$A \in \overleftrightarrow{BC}$

②

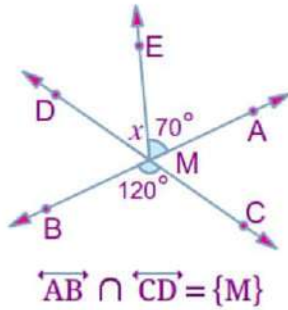


③



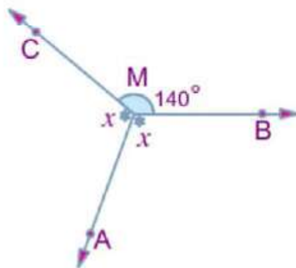
$\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$

④

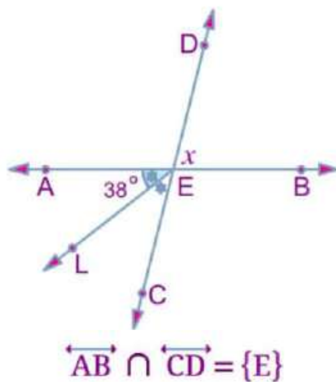


$\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$

⑤

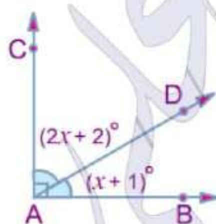


⑥

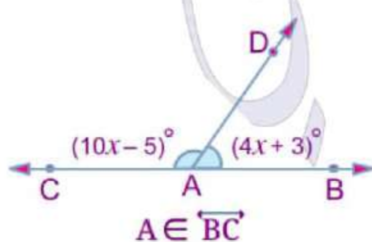


$\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{E\}$

⑦

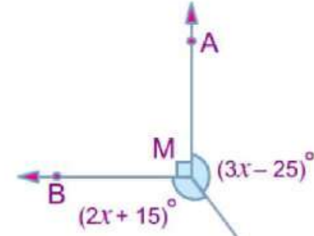


⑧



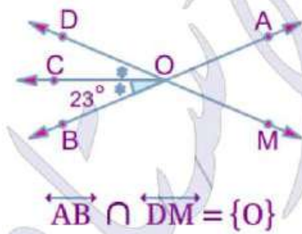
$A \in \overleftrightarrow{BC}$

⑨



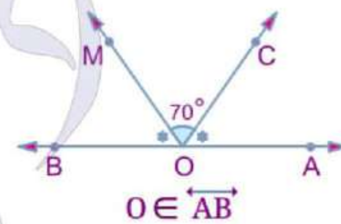
السؤال الثالث: في كل مما يأتي أوجد

①



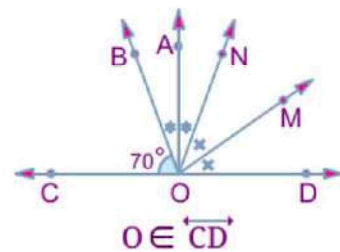
$\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{DM} = \{O\}$

②



$O \in \overleftrightarrow{AB}$

③

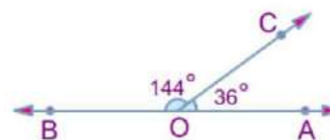


$O \in \overleftrightarrow{CD}$

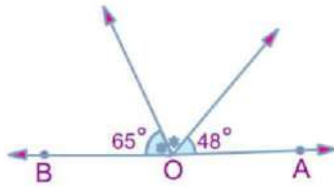
السؤال الرابع: في كل من الأشكال التالية

هل $\overrightarrow{OA}$ ، $\overrightarrow{OB}$ على استقامة واحدة؟ أم لا ؟

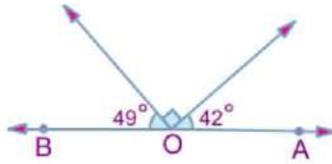
①



②



③



السؤال الخامس: أجب عما يأتي

① زاويتان متقابلتان بالرأس قياس إحداهما $(2X)^\circ$ وقياس الأخرى $(X+28)^\circ$ أوجد قياس إحداهما.

② زاويتان متتامتان النسبة بين قياسيهما 5 : 7 أوجد قياس الزاوية الصغرى.

③ زاويتان متكاملتان، مجموع قياسيهما أكبر بمقدار 74° من الفرق بين قياسيهما. فما قياسا الزاويتين ؟

2 التوازي

المستقيمان المتعامدان	المستقيمان المتوازيان
المستقيمان المتعامدان هما مستقيمان ينتج من تقاطعهما 4 زوايا قائمة.	المستقيمان المتوازيان هما مستقيمان لا يتقاطعان أبدًا.
علامة الزاوية القائمة تدل على التعامد $m \perp n$	الأسهم تدل على التوازى $p \parallel q$

العلاقات بين أزواج الزوايا الناتجة من قطع مستقيم لمستقيمين متوازيين

1 إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متناظرتين متساويتان فى القياس.

∠1 ، ∠6 متناظرتان ∠3 ، ∠7 متناظرتان $m(\angle 1) = m(\angle 6)$ $m(\angle 3) = m(\angle 7)$	∠2 ، ∠5 متناظرتان ∠4 ، ∠8 متناظرتان $m(\angle 2) = m(\angle 5)$ $m(\angle 4) = m(\angle 8)$

2 إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متبادلتين متساويتان فى القياس.

∠3 ، ∠6 متبادلتان داخليًا ∠4 ، ∠5 متبادلتان داخليًا $m(\angle 3) = m(\angle 6)$ $m(\angle 4) = m(\angle 5)$	∠1 ، ∠7 متبادلتان خارجيًا ∠2 ، ∠8 متبادلتان خارجيًا $m(\angle 1) = m(\angle 7)$ $m(\angle 2) = m(\angle 8)$

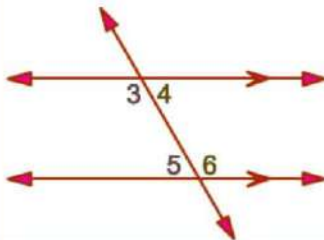
3 إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين داخليتين وفى جهة واحدة من القاطع متكاملتان.

$\angle 3$ ، $\angle 5$ داخليتان وفى جهة واحدة من القاطع

$\angle 4$ ، $\angle 6$ داخليتان وفى جهة واحدة من القاطع

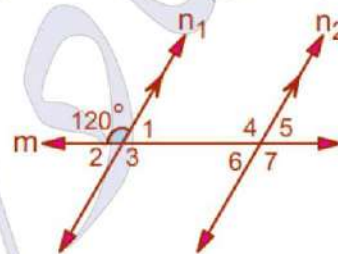
$$m(\angle 3) + m(\angle 5) = 180^\circ$$

$$m(\angle 4) + m(\angle 6) = 180^\circ$$

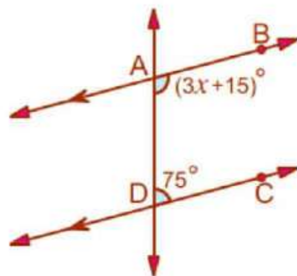


مثال

توجد فى الشكل المقابل ثلاث زوايا قياسها 120°. حدد هذه الزوايا مع توضيح السبب



فى الشكل المقابل : $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{DC}$ فما قيمة x ؟



الحل

$m(\angle 3) = 120^\circ$ (بالتقابل بالرأس)

$m(\angle 4) = 120^\circ$ (بالتناظر)

$m(\angle 7) = 120^\circ$ (بالتبادل خارجياً)

أى أن الثلاث زوايا هى :

$\angle 7$ ، $\angle 4$ ، $\angle 3$

$m(\angle BAD) + m(\angle ADC) = 180^\circ$

$3x + 15^\circ + 75^\circ = 180^\circ$

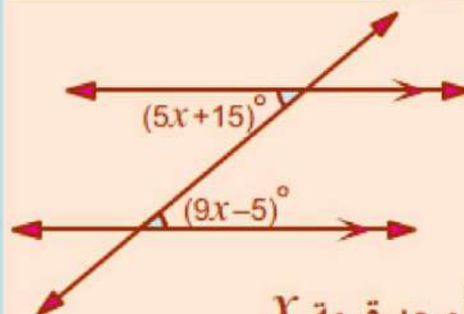
$3x + 90^\circ = 180^\circ$

$3x = 180^\circ - 90^\circ$

$3x = 90^\circ$

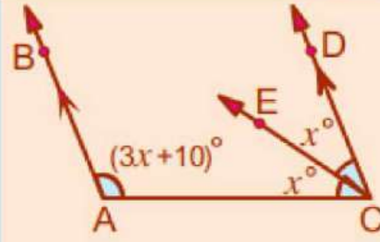
$x = \frac{90^\circ}{3} = 30^\circ$

تدريب



أوجد قيمة x

....
....
....
....
....
....
....
....



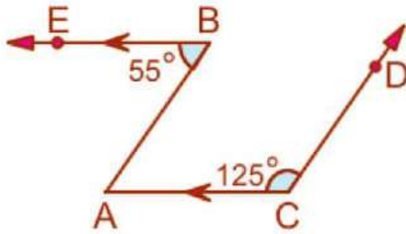
أوجد قيمة x

كيف تكتب البرهان فى الهندسة؟

عندما تريد كتابة برهان هندسى، تقوم بكتابة سلسلة من الخطوات المنطقية التى تنتقل من المعطيات إلى الاستنتاج للبرهنة على صحة ما تريد إثباته.



مثال



فى الشكل المقابل :

$\overrightarrow{CA} // \overrightarrow{BE}$

$m(\angle B) = 55°$ ، $m(\angle C) = 125°$

أثبت أن : $\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{CD}$

الحل

المعطيات : $\overrightarrow{CA} // \overrightarrow{BE}$ ، $\overleftrightarrow{AB}$ قاطع لهما.

المطلـوب : إثبات أن $\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{CD}$

البرهـــان :

$\because$ $\overrightarrow{CA} // \overrightarrow{BE}$ ، $\overleftrightarrow{AB}$ قاطع لهما.

$\therefore m(\angle A) = m(\angle B) = 55°$

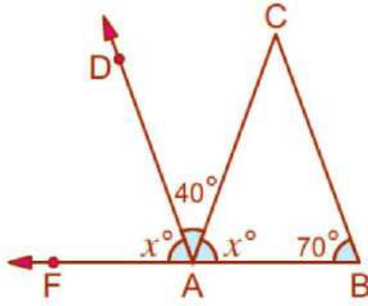
زاويتان متبادلتان داخليًا.

$\because m(\angle A) + m(\angle C) = 55° + 125° = 180°$

وهما زاويتان داخليتان وفى جهة واحدة من القاطع

$\therefore \overrightarrow{AB} // \overrightarrow{CD}$ (وهو المطلوب إثباته)

مثال



فى الشكل المقابل : $F \in \overleftrightarrow{BA}$

$m(\angle CAD) = 40°$ ، $m(\angle B) = 70°$

أثبت أن : $\overrightarrow{AD} \parallel \overline{BC}$.

الحل

$\because \angle BAF$ زاوية مستقيمة.

$\therefore m(\angle BAF) = 180°$

$\therefore 2x + 40° = 180°$

$\therefore 2x = 180° - 40° = 140°$

$\therefore x = \frac{140°}{2} = 70°$

$\therefore m(\angle FAD) = 70°$

$\therefore m(\angle FAD) = m(\angle B)$

وهما زاويتان فى وضع تناظر.

$\therefore \overrightarrow{AD} \parallel \overline{BC}$

تدريب

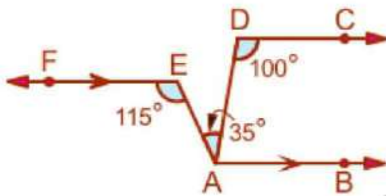
فى الشكل التالى :

$\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{EF}$

$m(\angle D) = 100°$

$m(\angle E) = 115°$

$m(\angle DAE) = 35°$



أثبت أن : $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{DC}$　◄ **فكر :** هل $\overrightarrow{DC} \parallel \overrightarrow{EF}$ ؟

....

....

....

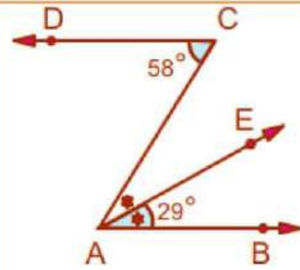
....

....

....

....

تدريب



أثبت أن : $\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{CD}$

الحل

....

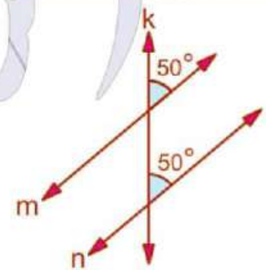
....

....

إثبات توازى مستقيمين

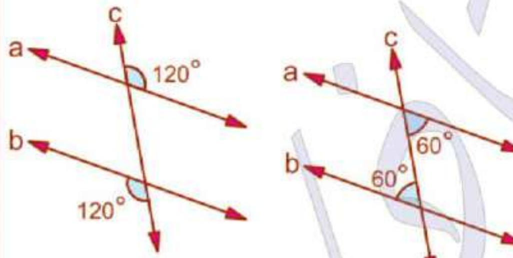
يتوازى المستقيمان إذا قطعهما مستقيم ثالث وحدثت إحدى الحالات التالية :

1 زاويتان متناظرتان متساويتان فى القياس



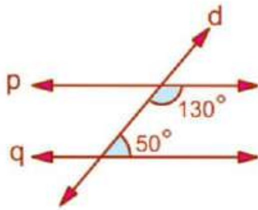
المستقيم m // المستقيم n
لوجود زاويتين متناظرتين متساويتين فى القياس

2 زاويتان متبادلتان متساويتان فى القياس



المستقيم a // المستقيم b
لوجود زاويتين متبادلتين متساويتين فى القياس

3 زاويتان داخليتان وفى جهة واحدة من القاطع متكاملتان

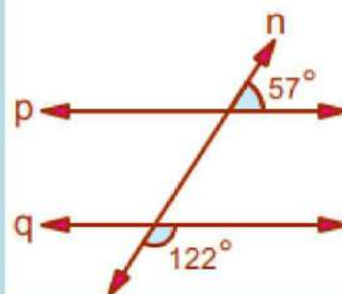


المستقيم p // المستقيم q
لوجود زاويتين داخليتين متكاملتين وفى جهة واحدة من القاطع d

تدريب

فى كل مما يـأتى : هل p // q أم لا ؟ ولماذا ؟

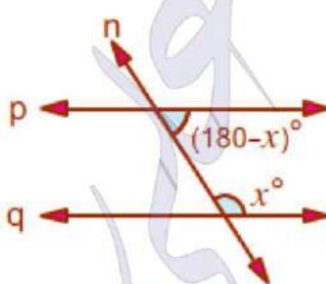
①



....

....

②



....

....

الواجب

السؤال الأول: إختر الأجابة الصحيحة

① إذا كانت: ثلاث مستقيمات في نفس المستوى , فإن :

(أ) $L_2 \perp L_1$ (ب) $L_3 \perp L_1$

(جـ) $L_2 // L_1$ (د) $L_3 \perp L_2$

② إذا كانت: ثلاث مستقيمات في نفس المستوى وكان $\perp$

فإن: L ....

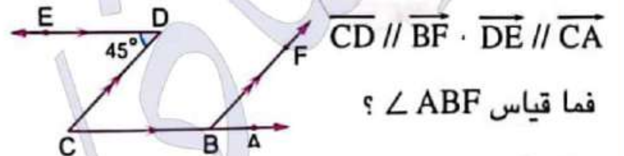
(أ) $\perp$ (ب) //

(جـ) ينطبق على   (د) ينصف

③ فى الشكل المقابل : $m(\angle D) = 45°$

$\overrightarrow{CD} // \overrightarrow{BF}$ ، $\overrightarrow{DE} // \overrightarrow{CA}$

فما قياس $\angle ABF$ ؟



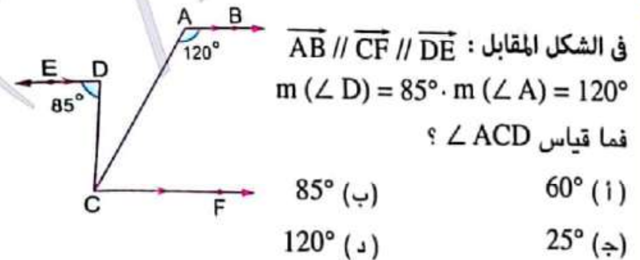
(أ) $45°$ (ب) $90°$

(جـ) $135°$ (د) $40°$

④ فى الشكل المقابل : $\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{CF} // \overrightarrow{DE}$

$m(\angle D) = 85°$ ، $m(\angle A) = 120°$

فما قياس $\angle ACD$ ؟



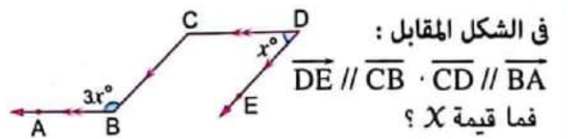
(أ) $60°$ (ب) $85°$

(جـ) $25°$ (د) $120°$

⑤ فى الشكل المقابل :

$\overrightarrow{DE} // \overrightarrow{CB}$ ، $\overrightarrow{CD} // \overrightarrow{BA}$

فما قيمة x ؟

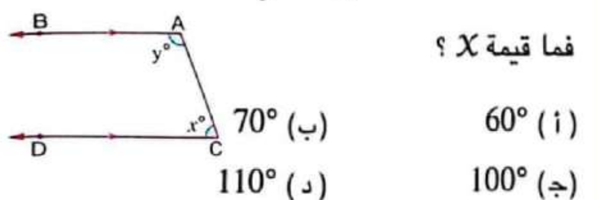


(أ) $60°$ (ب) $45°$

(جـ) $120°$ (د) $90°$

⑥ فى الشكل المقابل : If $\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{CD}$, $\frac{x}{y} = \frac{7}{11}$

فما قيمة x ؟

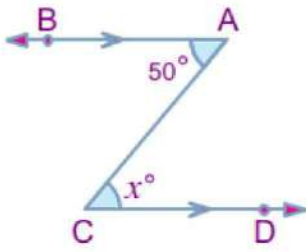


(أ) $60°$ (ب) $70°$

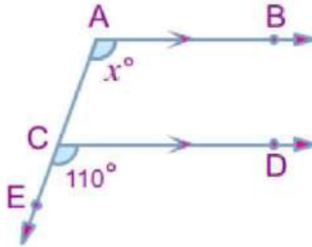
(جـ) $100°$ (د) $110°$

السؤال الثاني: أوجد قيمة في كلا مما يأتي

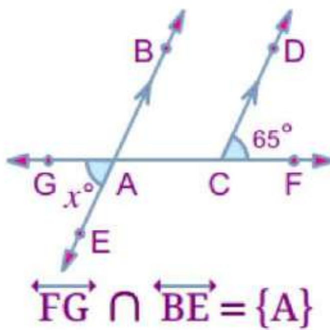
①



②

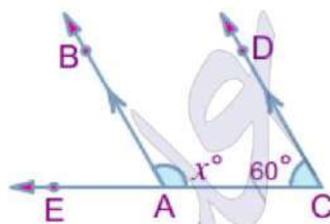


③

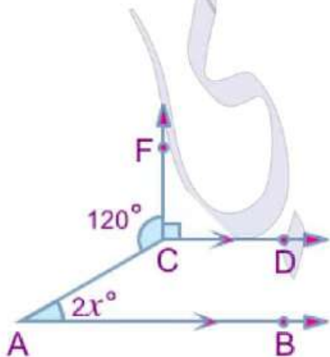


$\overleftrightarrow{FG} \cap \overleftrightarrow{BE} = \{A\}$

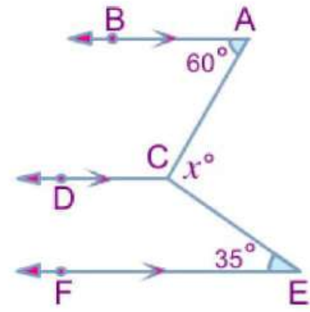
④



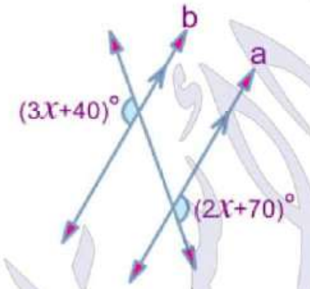
⑤



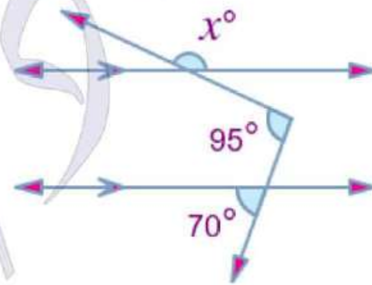
⑥



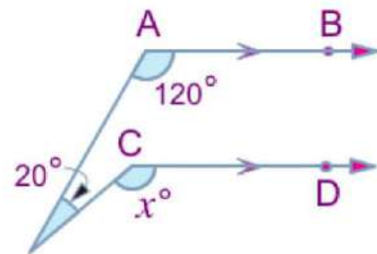
⑦



⑧

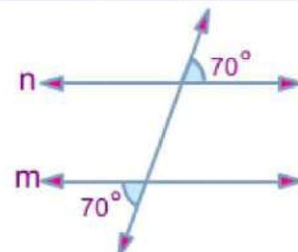


⑨

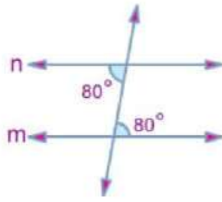


السؤال الثالث: في كل مما يأتي أثبت أن

①



②



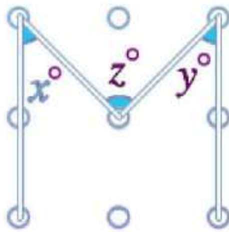
السؤال الرابع: أجب عما يأتي

① كما بالشكل الموضح، فما العلاقة بين x، y، z؟

(أ) $x = y + z$ (ب) $y = x + z$

(جـ) $z = x + y$ (د) $x + y + z = 360°$

ارسم نمط لفتح القفل



3 المثلث

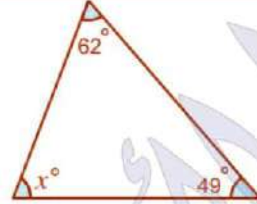
قاعدة :

مجموع قياسات الزوايا الداخلة لأى مثلث يساوى $180°$.

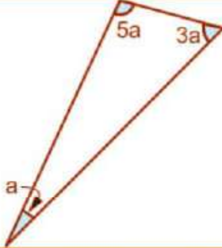
مثال

أوجد قيمة المتغير فى كل مما يأتى :

①



②



الحل

① $62° + 49° + X = 180°$

$X = 180° - 111°$

$X = 69°$

② $5a + 3a + a = 180°$

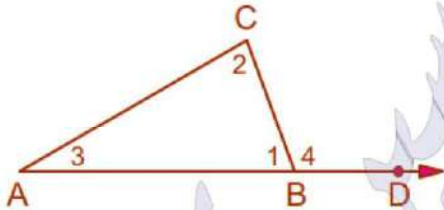
$9a = 180°$

$a = \frac{180°}{9} = 20°$

الزاوية الخارجة للمثلث

قاعدة :

قياس الزاوية الخارجة لأى مثلث يساوى مجموع قياسى الزاويتين الداخلتين عدا المجاورة لها.

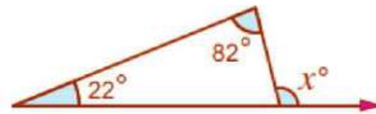


$m(\angle 4) = m(\angle 2) + m(\angle 3)$

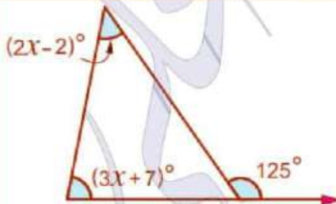
مثال

أوجد قيمة المتغير فى كل مما يأتى :

①



②



الحل

① $X = 82° + 22°$

$X = 104°$

② $2X - 2° + 3X + 7° = 125°$

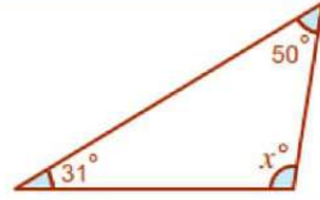
$5X + 5° = 125°$

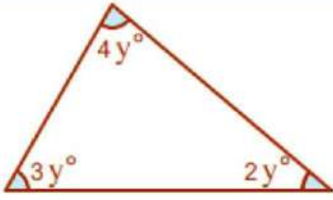
$5X = 120°$

$X = 24°$

تدريب

أوجـد قيمة المتغير فى كل مما يأتى :





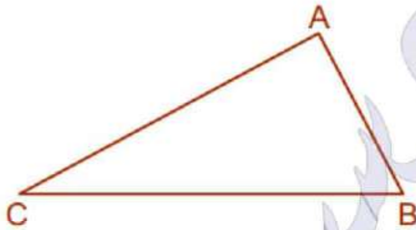
هـل CBD ∠ زاويـة خارجـة للمثلث ABC؟ ولماذا؟



متباينة المثلث

متباينة المثلث

مجموع طولى أى ضلعين فى مثلث أكبر من طول الضلع الثالث.



$$AB + BC > AC$$
$$AB + AC > BC$$
$$AC + BC > AB$$

تدريب

هل يمكن رسم مثلث أطوال أضلاعه :

① 10 سم ، 6 سم ، 5 سم	② 8 سم ، 4 سم ، 4 سم	③ 12 سم ، 3 سم ، 6 سم

ملاحظة :

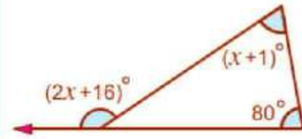
طول أى ضلع فى المثلث أكبر من الفرق بين طولى الضلعين الآخرين وأقل من مجموعهما.

تدريب

إذا كان طولا ضلعين فى مثلث هما 5 سم ، 2 سم

ما هو أكبر عدد صحيح يمكن أن يمثل طول الضلع الثالث ؟

تدريب

أوجد قيمة x 	....

أي من الأطـوال التاليـة تصلـح أن تكـون أطـوالًا لأضـلاع مثلث ؟ ولماذا ؟

① 9 سم ، 5 سم ، 4 سم	② 7 سم ، 6 سم ، 5 سم	③ 10 م ، 5 م ، 2 م
....	....	....

مثلث ABC فيه طول $\overline{AB}$ هو 5 سم وطول $\overline{BC}$ هو 7 سم ما أصغر قيمة صحيحة يمكن أن يأخذها طول $\overline{AC}$ ؟	....



الواجب

السؤال الأول: إختر الأجابة الصحيحة

① إذا كان مجموع قياسي زاويتين في مثلث يساوي 130 فما قياس الزاوية الثالثة؟

(أ) $20°$ (ب) $30°$ (جـ) $50°$ (د) $60°$

② في المثلث إذا كان: ،
فما قياس زاوية

(أ) $30°$ (ب) $50°$ (جـ) $80°$ (د) $100°$

③ في المثلث إذا كان:
فإن: m(<C) = ...

(أ) $110°$ (ب) $90°$ (جـ) $70°$ (د) $55°$

④ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة يساوي

(أ) زاوية قائمة. (ب) زاوية مستقيمة.

(جـ) زاوية حادة. (د) زاوية منعكسة.

⑤ إذا كان قياس زاويتين في مثلث 30 ، 70 فإن أي مما يأتي يمكن أن يكون قياس لزاوية خارجة عنه

(أ) $150°$ (ب) $130°$ (جـ) $110°$ (د) $100°$

⑥ يحتوي المثلث على زاويتين على الأقل ....

(أ) حادتين (ب) منفرجتين

(جـ) قائمتين (د) منعكستين

⑦ أي الأعداد الآتية لا تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث

(أ) 4 سم ، 7 سم ، 7 سم (ب) 3 سم ، 4 سم ، 7 سم

(جـ) 7 سم ، 7 سم ، 7 سم (د) 9 سم ، 7 سم ، 5 سم

⑧ مثلث متساوي الساقين طولا ضلعين فيه 3 سم ، 7 سم فأن طول الضلع الثالث

(أ) 3 سم (ب) 4 سم (جـ) 5 سم (د) 7 سم

⑨ مجموع طولي أي ضلعين في مثلث .... الضلع الثالث

(أ) أصغر من (ب) أكبر من

(جـ) يساوى (د) نصف

⑩ إذا كان المثلث مختلف الأضلاع فيه طول هو سم ، وطول هو سم ، فكم عدد صحيح يمكن أن يكون طول ؟

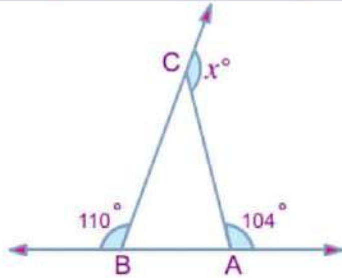
(أ) 2 (ب) 3 (جـ) 4 (د) 5

⑪ في المثلث يكون $\frac{AB+BC}{AC}$ 1

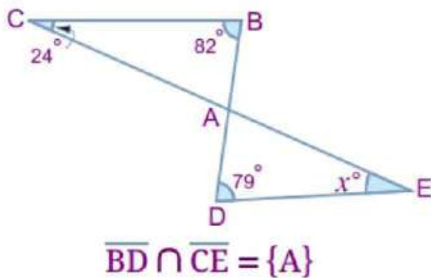
(أ) < (ب) > (جـ) = (د) ≥

السؤال الثاني: أوجد قيمة في كلا مما يأتي

①

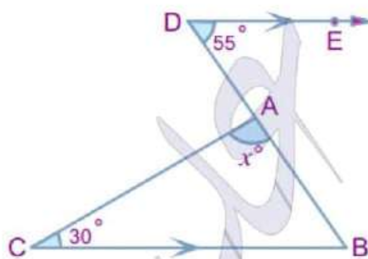


②



$\overline{BD} \cap \overline{CE} = \{A\}$

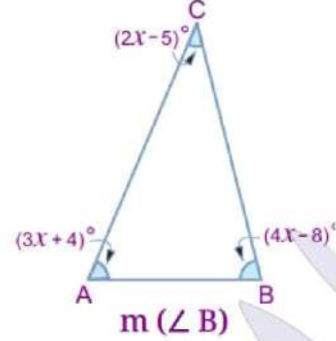
③



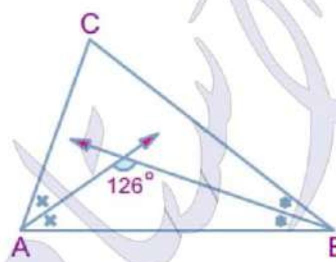
④

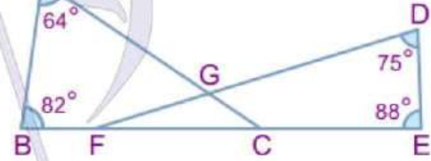


السؤال الثالث: أوجد بالبرهان ما هو مطلوب أسفل كل شكل من الأشكال التالية

① 

m (∠ B)

② 

③ 

السؤال الرابع: أجب عما يأتي



أمامك سلك طوله 48 سم ، تني طرف هذا السلك من نقطتين عليه ليشكل مثلثا

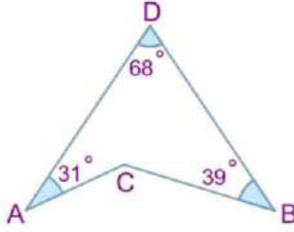


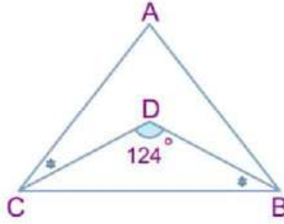
أي من الأطوال التالية يتم ثنيه بها لشكل مع الجزء المتبقي مثلثا

① (أ) 12 سم ، 16 سم

② (ب) 12 سم ، 12 سم

السؤال الخامس: أوجد في كل من

① 

② 

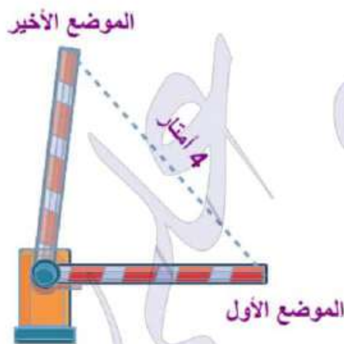
السؤال السادس:

إذا كان مثلث فيه طول يساوي 9 سم ، أوجد أصغير قيمة صحيحة لمحيط المثلث

السؤال السابع:

عند فتح حاجز السيارات عند مدخل موقف السيارات بزاوية قياسها أقل من ، تقاس المسافة بين الموضع الأول والموضع الأخير لنقطة نهايته بـ أمتار

ما أصغر عدد صحيح يعبر عن طول الحاجز ؟



4 الشكل الرباعي

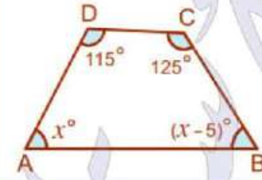
مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعى

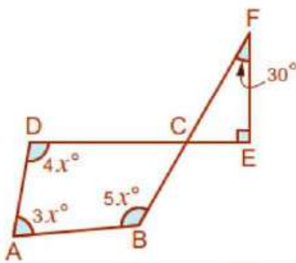
قاعدة :

مجموع قياسات الزوايا الداخلة لأى شكل رباعى يساوى $360°$.

مثال

أوجد قيمة X فى كل شكل من الشكلين الآتيين :

① 

② 

الحل

①
$X + X - 5° + 115° + 125° = 360°$

$2X + 235° = 360°$

$2X = 360° - 235°$

$2X = 125°$

$X = \frac{125°}{2} = 62.5°$

② فى المثلث CEF :

$m(\angle ECF) = 180° - 120° = 60°$

$m(\angle BCD) = m(\angle ECF) = 60°$

(بالتقابل بالرأس)

فى الشكل الرباعى ABCD :

$4X + 3X + 5X + 60° = 360°$

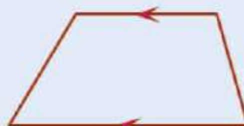
$12X = 360° - 60° = 300°$

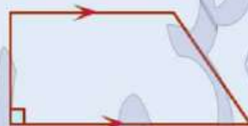
$X = \frac{300°}{12} = 25°$

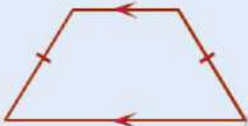
الأشكال الرباعية الخاصة

1 شبه المنحرف

شبه المنحرف هو شكل رباعى فيه ضلعان فقط متوازيان.


شبه منحرف

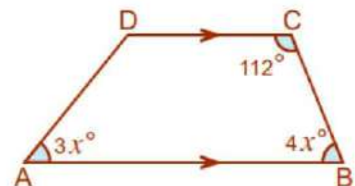

شبه منحرف قائم الزاوية


شبه منحرف متساوى الساقين

مثال

فى الشكل المقابل : ABCD شبه منحرف

أوجد بالبرهان : $m(\angle D)$



الحل

$\because \overline{AB} // \overline{DC}$ ، $\overleftrightarrow{BC}$ قاطع لهما.

$\therefore m(\angle B) + m(\angle C) = 180°$ (زاويتان داخليتان وفى جهة واحدة من القاطع)

$\therefore 4X + 112° = 180°$

$\therefore 4X = 68°$

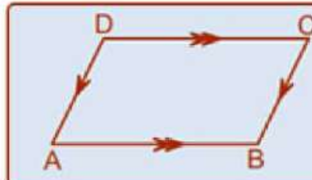
$\therefore X = 17°$

$\therefore m(\angle A) = 3X = 3 \times 17° = 51°$

$\therefore m(\angle D) = 360° - (112° + 68° + 51°) = 129°$

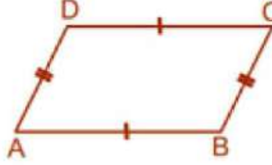
2 متوازى الأضلاع

متوازى الأضلاع هو شكل رباعى فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان.



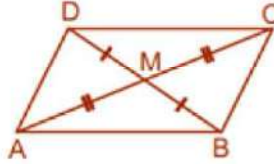
خواص متوازى الأضلاع :

① كل ضلعين متقابلين متساويان فى الطول.



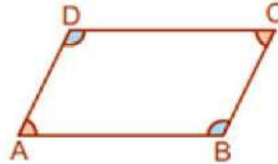
AB = DC
BC = AD

② القطران ينصف كل منهما الآخر.



BM = DM
AM = CM

③ كل زاويتين متقابلتين متساويتان فى القياس.



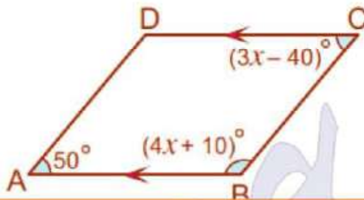
$m(\angle A) = m(\angle C)$
$m(\angle B) = m(\angle D)$

④ كل زاويتين متتاليتين متكاملتان.

$m(\angle A) + m(\angle B) = 180°$, $m(\angle B) + m(\angle C) = 180°$
$m(\angle C) + m(\angle D) = 180°$, $m(\angle D) + m(\angle A) = 180°$

مثال

فى الشكل المقابل : أثبت أن ABCD متوازى أضلاع.



الحل

∵ $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ ، $\overleftrightarrow{BC}$ قاطع لهما.

∴ $m(\angle B) + m(\angle C) = 180°$ (زاويتان داخليتان وفى جهة واحدة من القاطع)

$\therefore 4x + 10° + 3x - 40° = 180°$

$\therefore 7x - 30° = 180°$

$\therefore 7x = 180° + 30° = 210°$

$\therefore x = \frac{210°}{7} = 30°$

$\therefore m(\angle B) = 4 \times 30° + 10° = 130°$

$\therefore m(\angle A) + m(\angle B) = 50° + 130° = 180°$

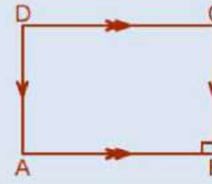
وهما زاويتان داخليتان وفى جهة واحدة من القاطع.

$\therefore \overline{AD} \parallel \overline{BC}$

∴ الشكل ABCD متوازى أضلاع. (وهو المطلوب إثباته)

3 المستطيل

المستطيل هو متوازى أضلاع إحدى زواياه قائمة.

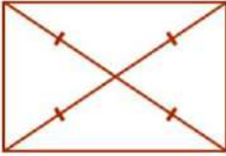


◂ المستطيل له جميع خواص متوازى الأضلاع بالإضافة إلى :

① جميع زواياه الداخلة قوائم.

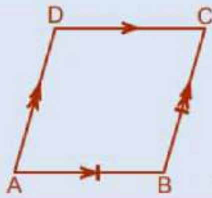


② قطراه متساويان فى الطول.



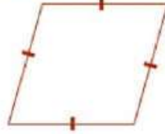
4 المعين

المعين هو متوازى أضلاع فيه ضلعان متجاوران متساويان فى الطول.

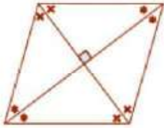


◂ المعين له جميع خواص متوازى الأضلاع بالإضافة إلى :

① جميع أضلاعه متساوية فى الطول.

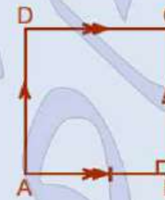


② القطران متعامدان وينصفان زواياه الداخلة.



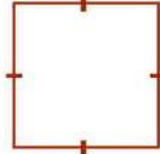
5 المربع

المربع هو متوازى أضلاع إحدى زواياه قائمة وفيه ضلعان متجاوران متساويان فى الطول.

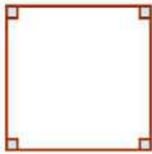


◂ المربع له جميع خواص متوازى الأضلاع بالإضافة إلى :

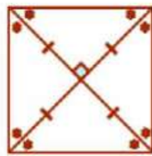
① جميع أضلاعه متساوية فى الطول.



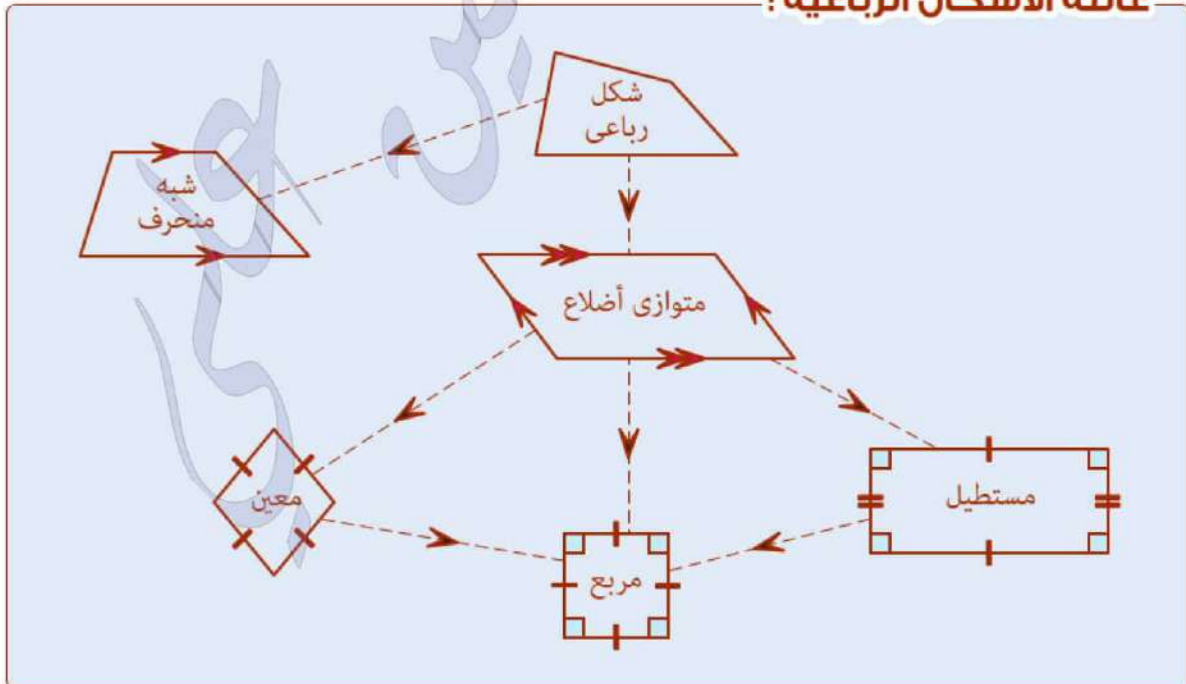
② جميع زواياه الداخلة قوائم.



③ قطراه متساويان فى الطول ومتعامدان وينصفان زواياه الداخلة.

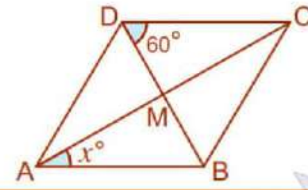


عائلة الأشكال الرباعية :

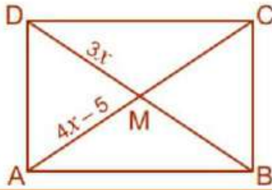


مثال

① فى الشكل التالى :
إذا كان ABCD معينًا، فأوجد قيمة X



② فى الشكل التالى :
إذا كان ABCD مستطيلًا، فأوجد قيمة X



الحل

① ∵ الشكل ABCD معين.

∴ قطراه متعامدان.

$\therefore m(\angle DMC) = 90°$

ومن المثلث DMC :

$m(\angle DCM) = 180° - (90° + 60°) = 30°$

∵ $\overline{DC} // \overline{AB}$ و $\overleftrightarrow{AC}$ قاطع لهما.

$\therefore m(\angle CAB) = m(\angle DCA)$

(زاويتان متبادلتان داخليًا)

$\therefore X = 30°$

② ∵ الشكل ABCD مستطيل.

∴ قطراه متساويان فى الطول وينصف كل منهما الآخر.

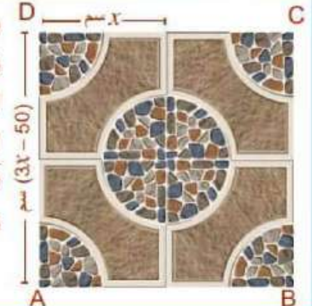
$\therefore AM = MD$

$\therefore 4X - 5 = 3X$

$\therefore 4X - 3X = 5$

$\therefore X = 5$

تدريب



يمثل الشكل السابق تصميمًا زخرفيًا لأربع بلاطات مربعة من السيراميك. فإذا كان طول ضلع البلاطة الواحدة X سم، وطول $\overline{AD}$ يساوى $(3X - 50)$ سم، فأوجد قيمة X

....
....
....
....
....
....
....
....

متى يكون متوازى الأضلاع مستطيلًا أو معينًا أو مربعًا؟

يكون متوازى الأضلاع :

① **مستطيلًا**

إذا كان :

- إحدى زواياه قائمة.

أو

- قطراه متساويين فى الطول.

② **معينًا**

إذا كان :

- ضلعان متجاوران فيه متساويين فى الطول.

أو

- القطران متعامدين.

③ **مربعًا**

إذا كان :

- إحدى زواياه قائمة وضلعان متجاوران فيه متساويين فى الطول.

أو

- إحدى زواياه قائمة وقطراه متعامدين.

أو

- قطراه متساويين فى الطول ومتعامدين.

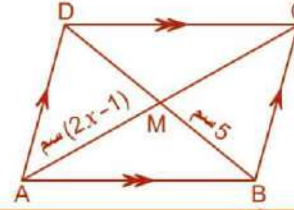
أو

- ضلعان متجاوران فيه متساويين فى الطول وقطراه متساويين فى الطول.

مثال

فى الشكل :

أوجد قيمة X التى تجعل متوازى الأضلاع ABCD مستطيلًا.



الحل

لكى يكون متوازى الأضلاع ABCD مستطيلًا يجب أن يكون : AC = BD

$2(2X-1)=2\times5$

$2X-1=5$

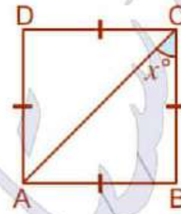
$2X=5+1=6$

$X=\frac{6}{2}=3$

تدريب

أوجد قيمة X التى تجعل :

① الشكل ABCD مربعًا.



....

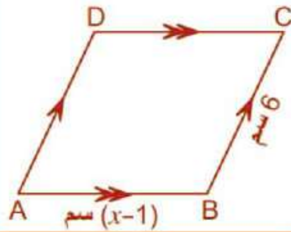
....

....

....

....

② متوازى الأضلاع ABCD معينًا.



....

....

....

....

....

الواجب

السؤال الأول: إختر الأجابة الصحيحة

① فى الشكل المقابل :
ما قيمة x ؟
(أ) 70° (ب) 80°
(جـ) 90° (د) 120°

② فى الشكل المقابل :
ما قيمة x التى تجعل الشكل ABCD متوازى أضلاع ؟
(أ) 109° (ب) 120°
(جـ) 80° (د) 60°

③ فى الشكل المقابل :
ABCD معين فما قيمة x ؟
(أ) 25° (ب) 50°
(جـ) 100° (د) 130°

④ أى من المجموعات التالية عناصرها أشكال رباعية جميع أضلاعها متساوية فى الطول ؟
(أ) {المربع ، المستطيل}
(ب) {شبه المنحرف ، المعين}
(جـ) {المربع ، المعين}
(د) {المستطيل ، المعين}

⑤ إذا كان ABCD متوازى أضلاع فيه :
$AC = BD$ ، $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ فإن الشكل ABCD يكون :
(أ) شبه منحرف. (ب) معينًا.
(جـ) مستطيلًا. (د) مربعًا.

⑥ فى الشكل المقابل :
إذا كان : $m(\angle A) + m(\angle C) = 140°$
فما قياس $\angle B$ ؟
(أ) 70° (ب) 40°
(جـ) 110° (د) 220°

⑦ فى الشكل المقابل :
ما قيمة x ؟
(أ) 110° (ب) 120°
(جـ) 130° (د) 140°

⑧ فى الشكل المقابل :
ABCD متوازى أضلاع
فما قياس $\angle A$ ؟
(أ) 30° (ب) 45° (جـ) 60° (د) 135°

⑨ فى الشكل المقابل :
ABCD متوازى أضلاع
فما قياس $\angle EDA$ ؟
(أ) 30° (ب) 60°
(جـ) 45° (د) 120°

⑩ فى الشكل المقابل :
ABCD متوازى أضلاع فما قيمة a + b ؟
(أ) 4 (ب) 7 (جـ) 9 (د) 10

⑪ فى الشكل المقابل :
ABCD شبه منحرف متساوى الساقين فما طول $\overline{AD}$ بالسنتيمترات ؟
(أ) 4 (ب) 6 (جـ) 7 (د) 11

⑫ قطرا المستطيل ....
(أ) متعامدان
(ب) متساويان فى الطول.
(جـ) متساويان فى الطول ومتعامدان.
(د) ينصفان زواياه الداخلة.

⑬ قطرا المعين ....
(أ) متعامدان وغير متساويين فى الطول.
(ب) متساويان فى الطول وغير متعامدين.
(جـ) متعامدان ومتساويان فى الطول.
(د) غير متساويين فى الطول وغير متعامدين.

⑭ قطرا المربع ....
(أ) متعامدان فقط.
(ب) متساويان فى الطول فقط.
(جـ) متعامدان ومتساويان فى الطول.
(د) غير متساويين فى الطول وغير متعامدين.

⑮ **إذا تساوى طولا ضلعين متجاورين فى متوازى الأضلاع كان الشكل ....**

(أ) مربعًا. (ب) معينًا.

(جـ) مستطيلاً. (د) شبه منحرف.

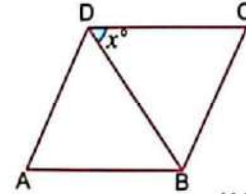
⑯ إذا كان : ABCD متوازى أضلاع فيه :

$m(\angle A) = m(\angle B)$ فإن : ABCD ....

(أ) مستطيل. (ب) معين.

(جـ) مربع. (د) شبه منحرف.

⑰ أى مما يأتى يعبر عن $m(\angle A)$ فى المعين ABCD المقابل ؟

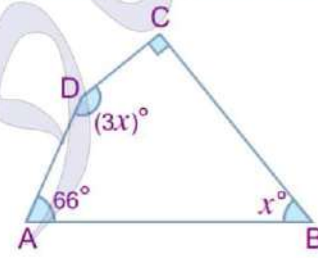


(أ) $x°$ (ب) $2x°$

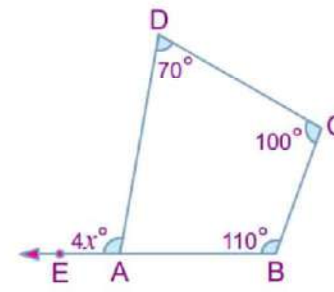
(جـ) $(180 - x)°$ (د) $(180 - 2x)°$

السؤال الثاني: أوجد قيمة X في كلا مما يأتي

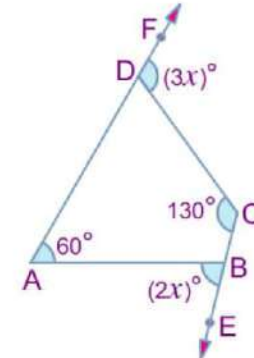
①



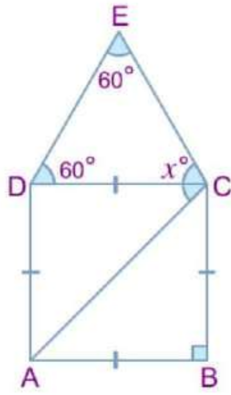
②



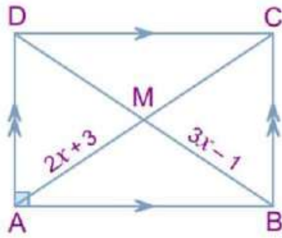
③



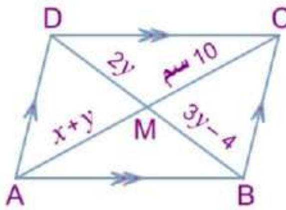
④



⑤



⑥



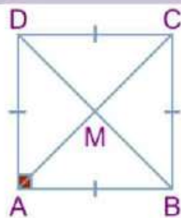
السؤال الثالث:

① فى الشكل المقابل :

ABCD مربع.

$BD = 5a - 4$ ، $MC = 2a - 1$

أوجد قيمة a ثم أوجد طول $\overline{AC}$.

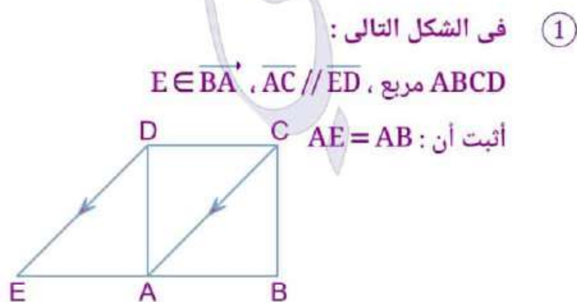


السؤال الرابع:

① فى الشكل التالى :

ABCD مربع ، $\overline{AC} // \overline{ED}$ ، $E \in \overrightarrow{BA}$

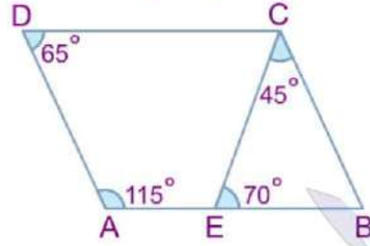
أثبت أن : $AE = AB$



السؤال الخامس:

① **فى الشكل التالى :**

أثبت أن ABCD متوازى أضلاع.



السؤال السادس:

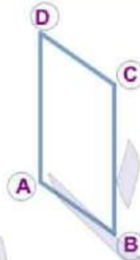
① إذا كان ABCD

متوازى أضلاع،

$m(\angle B) = (3x + 37)^\circ$

$m(\angle D) = (9x + 1)^\circ$

فما قياس $\angle C$ ؟



السؤال السابع:

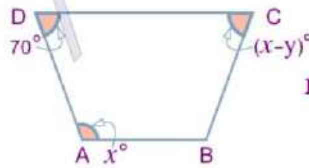
① حوض للزهور أحد

أوجهه على شكل

شبه منحرف.

$m(\angle C) = m(\angle D)$

أوجد قيمة y

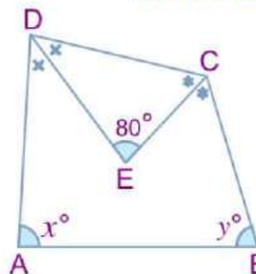


السؤال الثامن:

① فى الشكل المقابل :

$\overrightarrow{DE}$ ينصف $\angle ADC$ ، $\overrightarrow{CE}$ ينصف $\angle BCD$

أوجد بالبرهان : قيمة $x + y$.



5 المضلعات

المضلع: المضلع هو شكل مستوٍ مغلق يتكون من اتحاد ثلاث قطع مستقيمة أو أكثر حيث :

- القطع المستقيمة تسمى أضلاع المضلع.
- تتقاطع القطع المستقيمة عند الأطراف فقط فى نقط تسمى رؤوس المضلع.



3 أضلاع



4 أضلاع



5 أضلاع



6 أضلاع

المضلع المحدب والمضلع المقعر

المضلع المحدب : لا يحتوى على أي زاوية داخلة منعكسة.

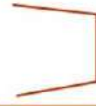


المضلع المقعر : يحتوى على زاوية واحدة منعكسة على الأقل من زواياه الداخلة.



مثال

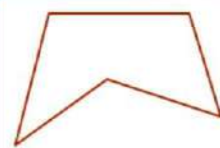
كل من الأشكال التالية لا تمثل مضلعًا.

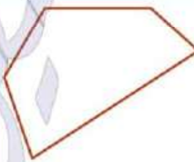


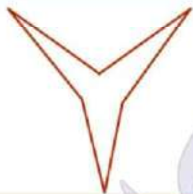



تدريب

أى من المضلعات الآتية محدب وأيها مقعر؟

① 
....

② 
....

③ 
....

ABCD شكل رباعى فيه $m(\angle A) = 4X^\circ$ ، $m(\angle B) = 5X^\circ$ ، $m(\angle C) = 7X^\circ$ ، $m(\angle D) = 20X^\circ$ ، أوجد قيمة X

ثم بيِّن نوع الشكل من حيث كونه محدبًا أم مقعرًا.

$\because$ ABCD شكل رباعى.

$\therefore m(\angle A) + m(\angle B) + m(\angle C) + m(\angle D) = 360^\circ$

$\therefore 4X^\circ + 5X^\circ + 7X^\circ + 20X^\circ = 360^\circ$

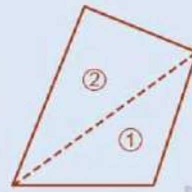
$\therefore 36X^\circ = 360^\circ \quad \therefore X^\circ = \frac{360^\circ}{36} = 10^\circ$

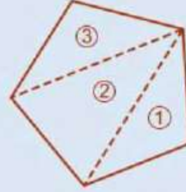
$\therefore m(\angle D) = 20 \times 10^\circ = 200^\circ$ (زاوية منعكسة)

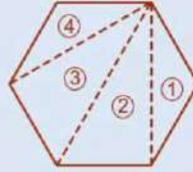
$\therefore$ المضلع ABCD مضلع مقعر.

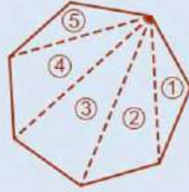
مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلع

لإيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلع المحدب، نرسم كل الأقطار الممكنة من أحد رؤوسه، فينقسم المضلع إلى مجموعة من المثلثات كما بالأشكال التالية :


مضلع رباعى


مضلع خماسى

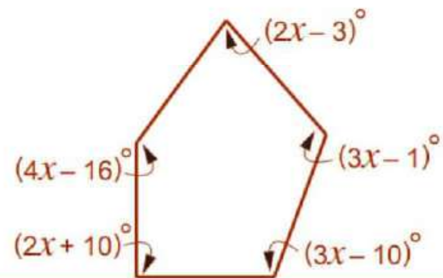

مضلع سداسى


مضلع سباعى

المضلع	عدد الأضلاع	عدد المثلثات	مجموع قياسات الزوايا الداخلة
الرباعى	4	2	$2 \times 180° = 360°$
الخماسى	5	3	$3 \times 180° = 540°$
السداسى	6	4	$4 \times 180° = 720°$
السباعى	7	5	$5 \times 180° = 900°$
:	:	:	:
ذى عشرة أضلاع	10	8	$8 \times 180° = 1440°$

مثال

فى الشكل التالي أوجد قيمة X .



الحل

∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الخماسى الداخلة يساوى 540°.

$\therefore 2X - 3° + 3X - 1° + 3X - 10° + 2X + 10° + 4X - 16° = 540°$

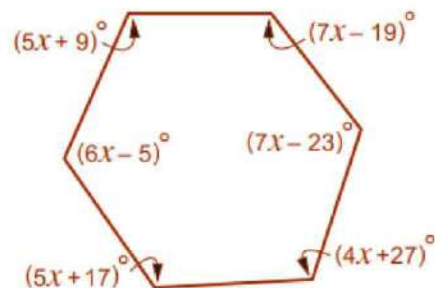
$\therefore 14X - 20° = 540°$

$\therefore 14X = 540° + 20° = 560°$

$\therefore X = \frac{560°}{14} = 40°$

تدريب

أوجد قيمة X فى الشكل التالى:



....

....

....

....

....

....

....

....

قاعدة :

عدد أقطار المضلع الذي عدد أضلاعه $n = \frac{n(n-3)}{2}$

فمثلًا :

◄ الشكل الرباعى له قطران.

◄ الشكل الخماسى له 5 أقطار.

المضلع المنتظم

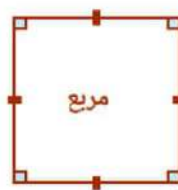
المضلع المنتظم هو مضلع تتحقق فيه الخاصيتان التاليتان :

(1) جميع أضلاعه متساوية فى الطول. (2) جميع زواياه الداخلة متساوية فى القياس.

أمثلة للمضلع المنتظم :



ثلاثى منتظم



رباعى منتظم



خماسى منتظم



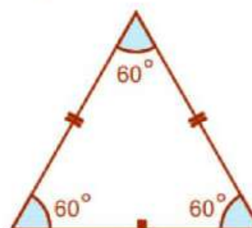
سداسى منتظم

ملاحظة :

قياس كل زاوية داخلة من زوايا المضلع المنتظم = $\frac{\text{مجموع قياسات زواياه الداخلة}}{\text{عدد هذه الزوايا}}$

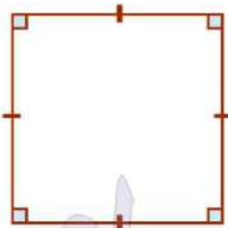
فمثلاً : • قياس زاوية واحدة من الزوايا الداخلة

للمثلث المتساوى الأضلاع $= \frac{180°}{3} = 60°$



• قياس زاوية واحدة من الزوايا الداخلة

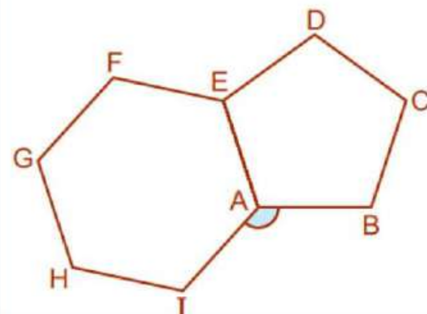
للمربع $= \frac{360°}{4} = 90°$



مثال

يتكون الشكل المقابل من خماسى منتظم وسداسى منتظم.

أوجد قيمة $m(\angle IAB)$



الحل

• ABCDE خماسى منتظم

$m(\angle EAB) = \frac{540°}{5} = 108°$

• AEFGHI سداسى منتظم

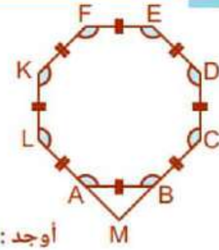
$m(\angle EAI) = \frac{720°}{6} = 120°$

• مجموع قياسات الزوايا

المتجمعة حول نقطة واحدة يساوى 360°

$m(\angle IAB) = 360° - (108° + 120°) = 132°$

تدريب



أوجد : m (∠ AMB)

....

....

....

....

....

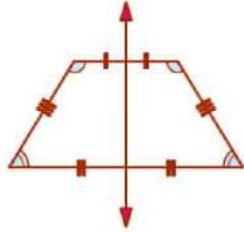
....

محاور التماثل في المضلعات

محور التماثل :

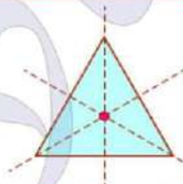
محور تماثل الشكل هو مستقيم يقسم الشكل إلى جزأين متماثلين، وعند طى الشكل على طول محور التماثل ينطبق الجزآن تمامًا.

وقد يكون للشكل محور تماثل واحد أو أكثر أو لا يوجد له محاور تماثل.

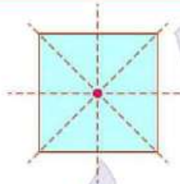


محاور تماثل المضلع المنتظم :

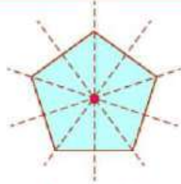
محور تماثل المضلع المنتظم هو مستقيم يمر بمركز المضلع ويقسمه إلى مضلعين متماثلين.



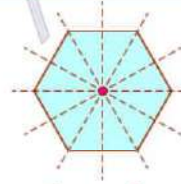
مثلث متساوي الأضلاع
(3 محاور تماثل)



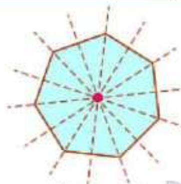
مربع
(4 محاور تماثل)



خماسى منتظم
(5 محاور تماثل)



سداسى منتظم
(6 محاور تماثل)



سباعى منتظم
(7 محاور تماثل)

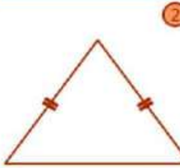
ملاحظة :

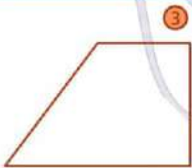
عدد محاور تماثل المضلع المنتظم يساوي عدد أضلاعه

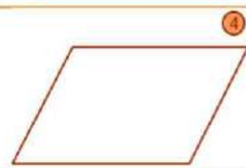
تدريب

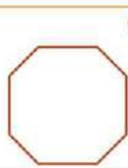
ما عدد محاور التماثل لكل شكل من الأشكال الآتية ؟

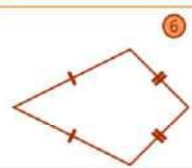
① 

② 

③ 

④ 

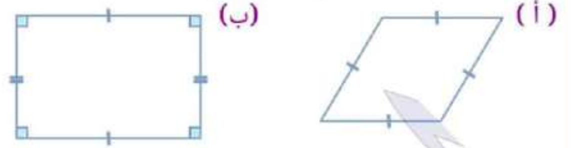
⑤ 

⑥ 

الواجب

السؤال الأول: إختر الأجابة الصحيحة

① أى من الأشكال الآتية ليس له محور تماثل؟



(أ) (ب) (جـ) (د)

② أى من الزوايا الآتية يجب أن تكون إحدى زوايا المضلع الداخلة ليكون مقعرًا؟

(أ) المستقيمة (ب) الحادة
(جـ) القائمة (د) المنعكسة

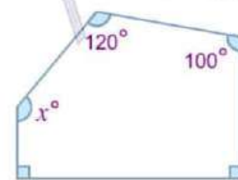
③ ما عدد محاور التماثل لمضلع منتظم عدد أضلاعه 9؟

(أ) 9 (ب) 7
(جـ) 18 (د) 11

④ ما قياس زاوية المضلع المنتظم الداخلة الذى عدد أضلاعه 10؟

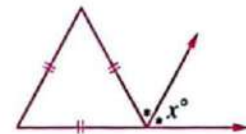
(أ) 108° (ب) 120°
(جـ) 135° (د) 144°

⑤ فى الشكل المقابل:
ما قيمة X؟



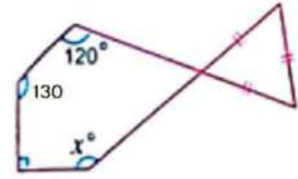
(أ) 120° (ب) 140°
(جـ) 150° (د) 135°

⑥ فى الشكل المقابل :
ما قيمة X ؟



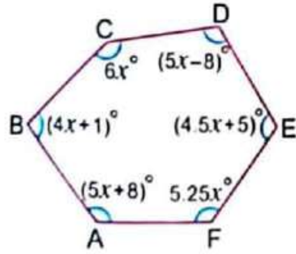
(أ) 30° (ب) 60° (جـ) 120° (د) 180°

⑦ فى الشكل المقابل :
ما قيمة X ؟



(أ) 110° (ب) 120° (جـ) 130° (د) 140°

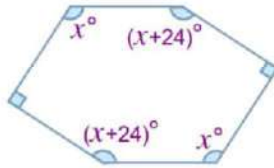
⑧ فى الشكل المقابل
ما قيمة X ؟



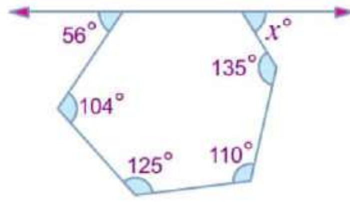
(أ) 12° (ب) 24° (جـ) 18° (د) 36°

السؤال الثاني: أوجد قيمة X في كلا مما يأتي

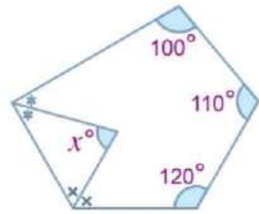
①



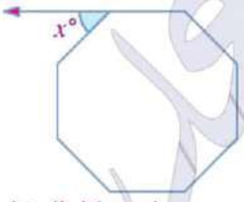
②



③

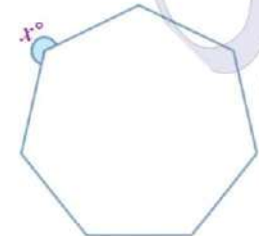


④



واذكر عدد محاور تماثل المضلع.

⑤



واذكر عدد محاور تماثل المضلع.

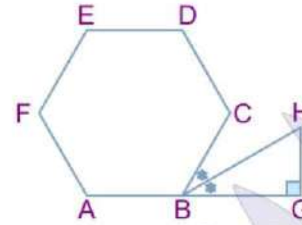
أ/ حسين علي جمال الدين — ت / 01114049504

السؤال الثالث:

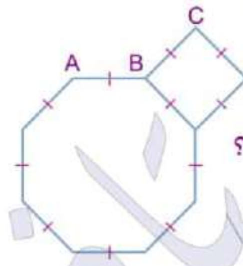
① في الشكل التالي :

ABCDEF سداسى منتظم،

أوجد بالبرهان $m(\angle H)$



②



ما قياس $\angle ABC$؟

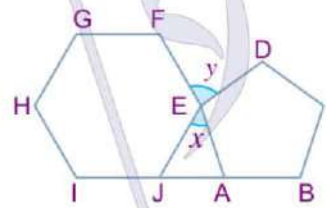
③ في الشكل المقابل :

ABCDE خماسى منتظم ،

EFGHIJ سداسى منتظم

$A \in \overline{IB}$ ، $J \in \overline{IB}$

أوجد قيمة كل من : x ، y

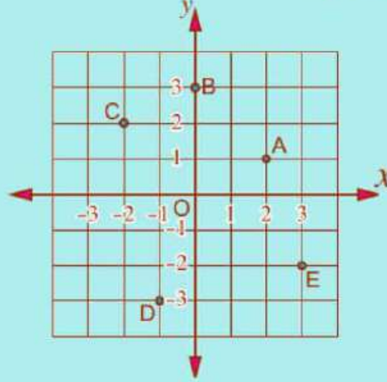


6 الإحداثيات

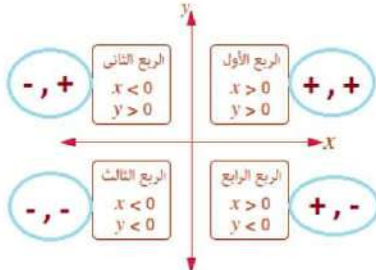
تعلمت فيما سبق تمثيل النقط فى المستوى الإحداثى.

فمثلًا فى الشكل المقابل :

- النقطة A هى (1 , 2)
- النقطة B هى (3 , 0)
- النقطة C هى (2 , 2 −)
- النقطة D هى (3 − , 1 −)
- النقطة E هى (2 − , 3)
- النقطة O هى (0 , 0)



لاحظ إشارات إحداثيات النقط فى كل ربع من أرباع المستوى الإحداثى.



النقطة التي تقع على محور X يكون إحداثي $y = 0$

النقطة التي تقع على محور Y يكون إحداثي $x = 0$

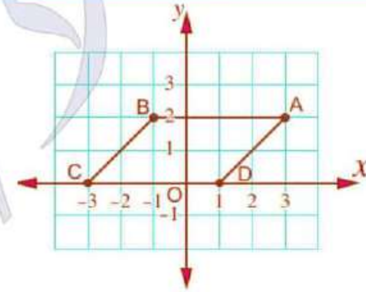
مثال

مثل فى المستوى الإحداثى النقط :

A (3 , 2) ، B (− 1 , 2) ، C (− 3 , 0) ، D (1 , 0)

ثم أوجد مساحة الشكل ABCD.

الحل



الشكل المرسوم ABCD متوازى أضلاع.

مساحته = طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها.

$= 4 \times 2 = 8$ وحدات مربعة.

إذا كانت النقطة A (4 k + 4 , − k + 3) تقع على محور y ، فأوجد الربع الذى تقع فيه النقطة B (− 2 k , 4 k + 1).

الحل

∵ النقطة A (4 k + 4 , − k + 3) تقع على محور y

∴ الإحداثى x يساوى 0

$\therefore 4k + 4 = 0 \quad \therefore 4k = -4 \quad \therefore k = -1$

وبالتعويض عن قيمة k فى النقطة B تكون B (2 , − 3)

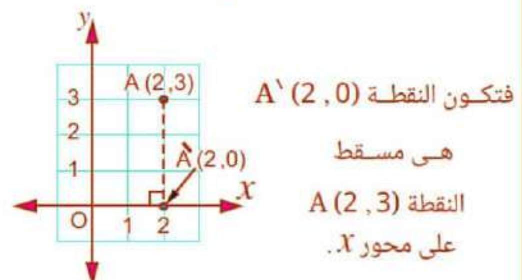
∴ النقطة B تقع فى الربع الرابع.

مسقط نقطة على محورى الإحداثيات

لإيجاد مسقط نقطة مثل A (2 , 3) على كل من محور x ، محور y :

① مسقط النقطة على محور x:

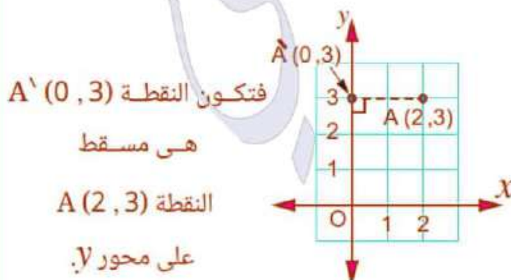
ارسم من النقطة A عمودًا على محور x. فيقطعه فى النقطة A` (2 , 0)



فتكون النقطة A` (2 , 0) هى مسقط النقطة A (2 , 3) على محور x.

② مسقط النقطة على محور y:

ارسم من النقطة A عمودًا على محور y فيقطعه فى النقطة A` (0 , 3)



فتكون النقطة A` (0 , 3) هى مسقط النقطة A (2 , 3) على محور y.

■ لاحظ أن

- إذا كانت النقطة تنتمى لمحور x فإن مسقطها على محور x هو نفسها.
- إذا كانت النقطة تنتمى لمحور y فإن مسقطها على محور y هو نفسها.

تدريب

من الشكل البيانى التالى، عين إحداثيات رؤوس المثلث ABC، ثم احسب مساحته.	إذا كانت النقطة $A(-3k , 2k-4)$ تقع على محور x، فأوجد الربع الذى تقع فيه النقطة $B(k-6 , -3k)$.
....	....

مسقط قطعة مستقيمة على محورى الإحداثيات

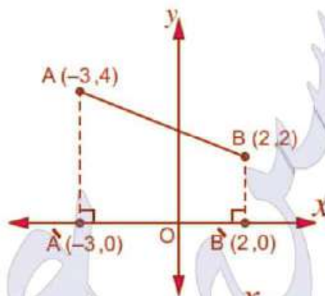
لإيجاد مسقط قطعة مستقيمة على أحد المحورين، أوجد مسقط كل من نهايتيها على هذا المحور.

فى كل مما يلى لاحظ مسقط $\overline{AB}$ على محور x أو محور y :

مثال

أوجد طول مسقط القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ على محور x، حيث $A(-3 , 4)$ ، $B(2 , 2)$.

الحل



- نرسم القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ فى المستوى الإحداثى.
- نرسم من كل من A ، B عمودًا على محور x كما بالشكل،

فتكون النقطة $A^{\backprime}(-3 , 0)$ هى مسقط النقطة A على محور x،

والنقطة $B^{\backprime}(2 , 0)$ هى مسقط النقطة B على محور x،

وبالتالى القطعة المستقيمة $\overline{A^{\backprime}B^{\backprime}}$ هى مسقط القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ على محور x.

$$A^{\backprime}B^{\backprime} = |2| + |-3| = 5$$

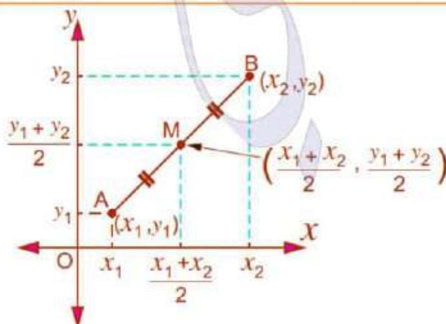
أى أن طول $\overline{A^{\backprime}B^{\backprime}}$ يساوى 5 وحدات طول.

نقطة منتصف قطعة مستقيمة

إذا كانت M هى نقطة منتصف $\overline{AB}$،

حيث $A(x_1 , y_1)$ ، $B(x_2 , y_2)$

فإن $M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2} , \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$



مثال

أوجد إحداثيى نقطة منتصف $\overline{AB}$ ، حيث $A(2,-2)$ ، $B(-6,8)$	إذا كانت النقطة $M(0,-3)$ فى منتصف المسافة بين النقطتين $A(x,-10)$ ، $B(7,y)$ فأوجد قيمة كل من x ، y

الحل

بفرض أن نقطة منتصف $\overline{AB}$ هى M

$$M=\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)=\left(\frac{2+(-6)}{2},\frac{-2+8}{2}\right)=\left(\frac{-4}{2},\frac{6}{2}\right)=(-2,3)$$

$$\because (0,-3)=\left(\frac{7+x}{2},\frac{y-10}{2}\right)$$

$$\therefore \frac{7+x}{2}=0 \quad \therefore 7+x=0 \quad \therefore x=-7$$

$$\frac{y-10}{2}=-3 \quad \therefore y-10=-6 \quad \therefore y=4$$

مثال

إذا كان ABCD متوازى أضلاع حيث $A(-1,1)$ ، $B(4,2)$ ، $D(1,4)$ فأوجد إحداثيى كل من :

(1) نقطة تقاطع القطرين. (2) الرأس C.

الحل

بفرض أن M هى نقطة تقاطع القطرين $\therefore$ M هى نقطة منتصف $\overline{BD}$

$$\therefore M=\left(\frac{4+1}{2},\frac{2+4}{2}\right)=(2.5,3)$$

$\because$ M هى أيضًا نقطة منتصف $\overline{AC}$ ، وبفرض أن $C=(x_1,y_1)$

$$\therefore \left(\frac{-1+x_1}{2},\frac{1+y_1}{2}\right)=(2.5,3)$$

$$\therefore \frac{-1+x_1}{2}=2.5 \quad \therefore -1+x_1=5 \quad \therefore x_1=6$$

$$,\ \frac{1+y_1}{2}=3 \quad \therefore 1+y_1=6 \quad \therefore y_1=5 \quad \therefore C=(6,5)$$

تدريب

أوجد إحداثيى نقطة منتصف $\overline{AB}$ ، حيث $A(1,-6)$ ، $B(5,2)$	إذا كانت النقطة $M(3,5)$ تنصف المسافة بين النقطتين $A(x,5)$ ، $B(4,y)$. أوجد قيمة كل من x ، y.	إذا كان ABCD متوازى أضلاع حيث $A(-4,2)$ ، $B(4,-2)$ ، $C(9,1)$. أوجد إحداثيى كل من : (1) نقطة تقاطع القطرين. (2) الرأس D.
....	....	....



الواجب

السؤال الأول: إختر الأجابة الصحيحة

① فى أى ربع تقع النقطة $(3, -4)$ ؟

(أ) الأول (ب) الثانى

(جـ) الثالث (د) الرابع

② إذا كانت نقطة الأصل هى منتصف $\overline{AB}$، وكانت A تقع فى الربع الثانى، فى أى ربع تقع نقطة B ؟

(أ) الأول (ب) الثانى

(جـ) الثالث (د) الرابع

③ أى من النقط الآتية لا تقع على محور y ؟

(أ) $(0, -5)$ (ب) $(3, 0)$

(جـ) $(0, 0)$ (د) $(0, 2)$

④ إذا كانت $x<0$، $y>0$، فى أى ربع تقع النقطة $(x, -y)$ ؟

(أ) الأول (ب) الثانى

(جـ) الثالث (د) الرابع

⑤ إذا كانت النقطة $(3, k-2)$ تقع على محور x فما قيمة k ؟

(أ) -3 (ب) -2

(جـ) 2 (د) 3

⑥ ما النقطة التى تمثل مسقط النقطة $(-3, 5)$ على محور x ؟

(أ) $(0, 5)$ (ب) $(-3, 0)$

(جـ) $(3, -5)$ (د) $(-3, 5)$

⑦ ما مسقط النقطة $(-3, 5)$ على محور y ؟

(أ) $(0, 5)$ (ب) $(-3, 0)$

(جـ) $(3, -5)$ (د) $(-3, 5)$

⑧ إذا كانت النقطة (a, b) تقع فى الربع الثالث فإن الربع الذى تقع فيه النقطة $(-2a, b-6)$ هو :

(أ) الأول (ب) الثانى

(جـ) الثالث (د) الرابع

⑨ أى من النقط التالية تقع فى الربع الثالث ؟

(أ) $(-5, 3)$ (ب) $(3, 4)$

(جـ) $(-2, -1)$ (د) $(8, -6)$

⑩ إذا كانت نقطة الأصل هى منتصف $\overline{AB}$ حيث $A(5, -2)$ فإن B هى :

(أ) $(2, 5)$ (ب) $(5, -2)$

(جـ) $(-2, -5)$ (د) $(-5, 2)$

⑪ إذا كانت $C(-3, y)$ هى منتصف $\overline{AB}$ حيث $A(x, -6)$ ، $B(1, -8)$، فما قيمة $x+y$ ؟

(أ) -11 (ب) 11

(جـ) -18 (د) -14

⑫ إذا كان محور x ينصف $\overline{AB}$ حيث $A(3, 2)$ ، $B(-2, y)$، فما قيمة y ؟

(أ) 3 (ب) 2

(جـ) -2 (د) 4

السؤال الثاني:

① إذا كانت النقطة $(a-2, 3a+9)$ تقع على محور x أوجد الربع الذى تقع فيه النقطة $(a, 6-a)$.

② أوجد طول مسقط القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ على محور x فى كل من الحالات الآتية :

① $A(-2, 1)$ ، $B(3, 6)$

② $A(-4, 3)$ ، $B(-2, 3)$

③ $A(5, 5)$ ، $B(5, -1)$

③ إذا كانت النقطة $C(-2, 7)$ هى منتصف $\overline{AB}$ حيث $A(4, y)$ ، $B(x, -2)$ فأوجد كلًا من x ، y

④ إذا كان ABCD معينًا ، حيث $A(3, 5)$ ، $B(12, -3)$ ، $C(13, 9)$

أوجد إحداثيى كل من :

① نقطة تقاطع القطرين.

② الرأس D.

⑤ إذا كانت $A(-7, 13)$ ، $B(3, 5)$

أوجد إحداثيات النقط التى تقسم $\overline{AB}$ إلى أربعة أجزاء متساوية فى الطول.

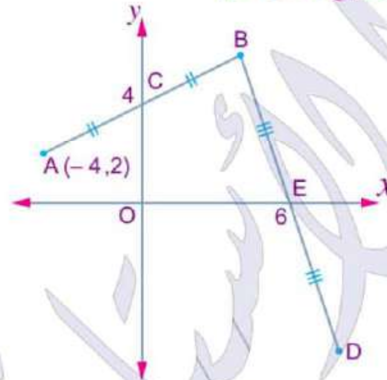
⑥ إذا كانت $A(3, -1)$ ، $B(-1, -1)$

ارسم المربع ABCD بحيث تقع النقطة C فى الربع الثانى.

⑦ **فى الشكل المقابل :**

إذا كانت C ، E هما منتصفا $\overline{AB}$ ، $\overline{BD}$ على الترتيب،

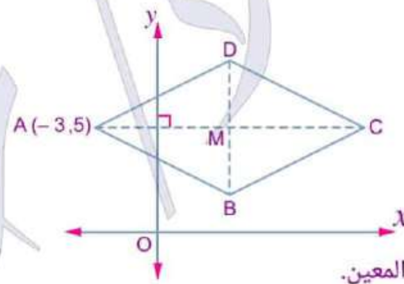
فأوجد إحداثيى النقطة D.



⑧ فى الشكل المقابل :

ABCD معين فيه :

$BD = 6$ ، $AC = 12$



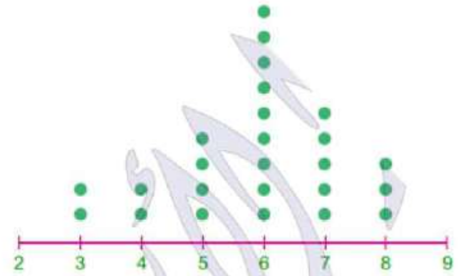
أوجد إحداثيات رؤوس المعين.



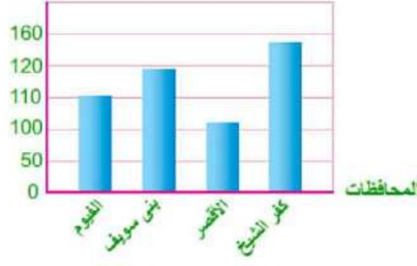
ثالثاً الإحصاء

1 تنظيم البيانات

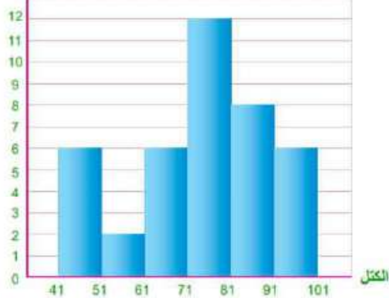
بعض أنواع المخططات البيانية



1 التمثيل بالنقاط.



2 الأعمدة البيانية.

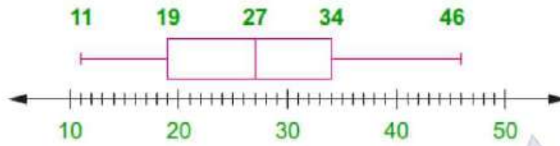


3 المدرج التكراري.

الساق	الأوراق
1	1 4 5 6 8 8 9
2	0 0 1 1 1 6 7 8
3	0 1 2 2 3 4 5
4	0 1 3 4 6

المفتاح	2|6 تمثل 26 ساعة

4 الساق والأوراق.



5 المخطط الصندوقى.

ملاحظة

يظهر كل من مخطط التمثيل بالنقاط ومخطط الأعمدة البيانية القيم الحقيقية للبيانات.

الجدول التكرارى ذو المجموعات وتمثيله

إذا كانت أعداد البيانات كبيرة فيتم تنظيم هذه الأعداد فى مجموعات أو فترات متساوية ومنها نكّون الجدول التكرارى ذى المجموعات.

مثال قام مـدرب الجودو بأحد الأندية بوزن جميع لاعبى الجودو قبل إحدى البطولات، وكانت كتل مجموعة من 40 لاعبا بالكيلو جرام على النحو التالى:

82	77	95	100	62	65	86	74	85	41
50	83	77	93	73	72	69	73	87	50
98	66	47	100	50	89	78	70	75	95
80	78	83	81	72	75	48	63	58	56

الحل

1 نوجد المدى = أكبر قيمة – أصغر قيمة

$100 - 41 = 59$ تقريبا 60

2 نقسم 60 إلى 6 فترات فيكون طول الفترة 10

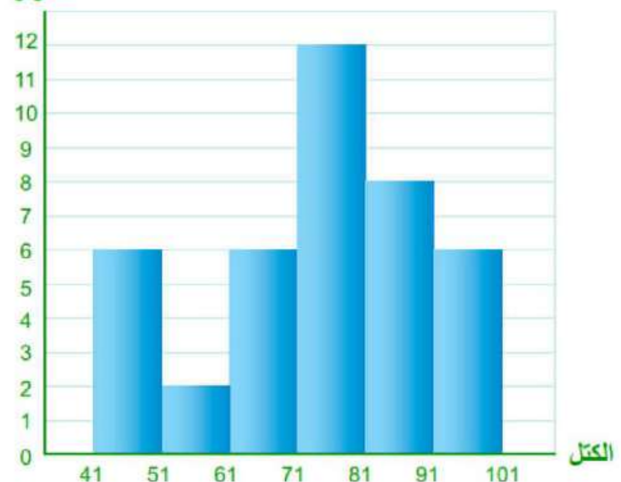
3 الفترات هي:

41- , 51- , 61- , 71 , 81 , 91 ,

4 تسجيل الفترات كما في الجدول المقابل

الكتل	العلامات	التكرار
41 –	///// /	6
51 –	//	2
61 –	///// /	6
71 –	///// ///// //	12
81 –	///// ///	8
91 –	///// /	6

الكتل	41 –	51 –	61 –	71 –	81 –	91 –
التكرار	6	2	6	12	8	6



ملاحظة

لأيظهر المدرج التكرارى القيم الحقيقية للبيانات.

لاحظ أن عدد اللاعبين الذين تقل كتلتهم عن 81 كجم = 6 + 2 + 6 + 12 = 26 لاعب

عدد اللاعبين الذين كتلة كل منهم 81 كجم فأكثر = 8 + 6 = 14 لاعب

تدريب

تتكون البيانـات الآتية من الكتل بالكيلـو جـرام لمجموعة من 30 طالبًا :

70 , 43 , 48 , 72 , 53 , 81 , 76
, 54 , 58 , 64 , 51 , 53 , 75 ,
62 , 84 , 67 , 72 , 80 , 88 , 65
, 60 , 43 , 53 , 42 , 57 , 61 ,
55 , 75 , 82 , 71

1. قم بتنظيم هـذه البيانـات فى جدول مستخدمًا فترات متساوية الطول 40 –, 50 –, ...
2. ما الفتـرة التى تحتوى على أكبر عدد من الطلاب ؟
3. ما عـدد الطـلاب الذين تقل كتلة كل منهم عن 70 كجم ؟
4. مثل البيانات بمدرج تكرارى.



مخطط الساق والأوراق

يسـتخدم مخطـط السـاق والأوراق لعرض البيانـات العددية مرتبة بحيث يقسم كل عدد لجزأين (الساق - الأوراق).

فمثـلًا : عـدد مكون من رقميـن (41) تمثل العشـرات بالسـاق (4) والآحاد بـالأوراق (1) والمثال التالى يوضح ذلك :

مثال

إذا كان عدد الساعات التى يقضيها 27 طالبًا فى استخدام الإنترنت أسبوعيًا كالتالى :

20	46	20	21	27	35	14
33	44	11	28	18	31	40
34	15	43	19	21	32	18
30	32	26	16	21	41	

1. قم بتنظيم هذه البيانات وتمثيلها باستخدام مخطط الساق والأوراق.
2. أوجد من مخطط الساق والأوراق كلًا من المنوال والوسيط والرُبيع الأول والرُبيع الثالث.
3. مثل البيانات باستخدام المخطط الصندوقى.

الحل

ملاحظات هامة

1) أصغر قيمة هي 11

2) أكبر قيمة هي 46

3) المنوال هو العدد الأكثر تكرارا وهو هنا = 21

4) الوسيط هو القيمة التي تتوسط القيم وتساوي 27

5) الربيع الأول = 19

6) الربيع الثالث = 34

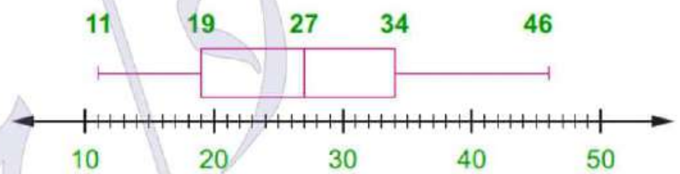
الساق	الأوراق
1	1 4 5 6 8 8 9
2	0 0 1 1 1 6 7 8
3	0 1 2 2 3 4 5
4	0 1 3 4 6

المفتاح | 6\|2 تمثل 26 ساعة

ملاحظة

يظهر مخطط الساق والأوراق القيم الحقيقية للبيانات وبطريقة مرتبة.

تمثيل البيانات بالمخطط الصندوقى



ملاحظة

لا يظهر المخطط الصندوقي القيم الحقيقي.

لكنه أسهل في إيجاد الوسيط والربيع الأول والثالث.

تدريب

تمثل البيانات الآتية درجات الحرارة المسجلة فى إحدى المدن خلال ثلاثة أسابيع :

25	26	42	41	21
19	25	24	43	25
38	40	17	41	18
28	33	29	32	33
				34

ارسم مخطط الساق والأوراق ثم استنتج منه الوسيط والمنوال.

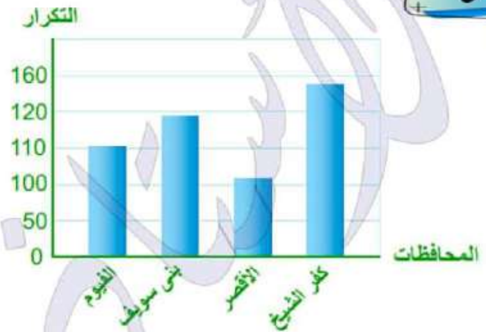
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

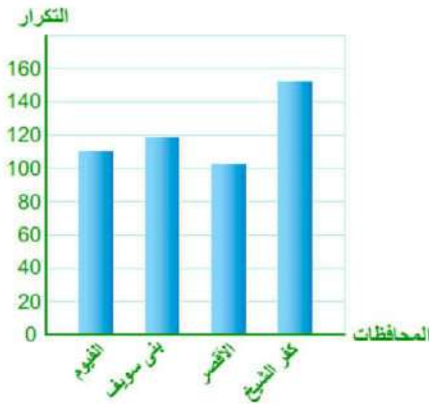
المخططات البيانية المضللة

يمكـن أن تكون الرسـوم البيانيــة أداة فعالة لتوضيــح البيانات، لكنها أيضًـا يمكن أن تكون مضللة إذا لم تُسـتخدم بشـكل صحيح، أو إذا لم تُعرض البيانات بشـكل صحيح مما يؤدى أحيانًا إلى التأثير على الاستنتاجات.

1. إذا كان المحور الرأسى لا يبدأ من الصفر.
2. إذا استخدم مقياس رسم غير متساوٍ على المحور الرأسى.

مثال





الحل

مضلل   غير مضلل

تدريب

في كل مما يأتي بين أي من الأشكال التالية مضلل وأيها غير مضلل



....



....



الواجب

السؤال الأول: إختر الأجابة الصحيحة

① من مخطط الساق والأوراق المقابل، ما الوسيط ؟

الساق	الأوراق
0	9
1	0 2 2 2 3 4 5 6 6
2	0 1 1 5 7 8 9
3	1 2 3

المفتاح 1 | 3 تعنى 31

(أ) 16   (ب) 17
(جـ) 18   (د) 20

② أي من المخططات الآتية لا يظهر البيانات الحقيقية ؟

(أ) مخطط التمثيل بالنقاط   (ب) المدرج التكرارى
(جـ) مخطط الساق والأوراق   (د) التمثيل بالأعمدة

③ المخططان البيانيان الآتيان أحدهما يمثل أطوال ثلاثة أصدقاء، والآخر يمثل أعداد ما يملكه موظفو شركة ما من أجهزة التابلت أو التليفون المحمول. أى من المخططين يعتبر مضللًا ؟



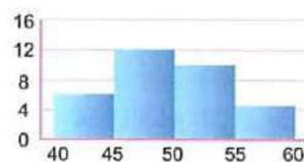
(أ) A فقط مضلل   (ب) B فقط مضلل
(جـ) كلاهما مضلل   (د) كلاهما غير مضلل

④ يصلح لتمثيل البيانات الوصفية ....

(أ) الأعمدة البيانية.   (ب) المدرج التكرارى.
(جـ) مخطط الساق والأوراق.   (د) أ ، ب معًا.

⑤ من المدرج التكرارى الآتى :

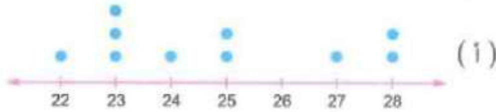
عدد التكرارات فى الفترة 50 – هو ....



(أ) 12
(ب) 8
(جـ) 10
(د) 9

⑥ إذا كان المدى 6 والوسيط 24 ، فأى من المخططات الآتية يحقق ذلك ؟

(أ)



(ب)

الساق	الأوراق
1	9 9
2	0 1 4
3	2 2 3 5

المفتاح 2 | 4 تعنى 24

(جـ)



(د)



السؤال الثاني:

① تمثل البيانات الآتية عدد ألعاب الأطفال التى باعها أحد المتاجر خلال 30 يومًا :

37	44	8	26	32
16	46	48	29	15
28	34	25	7	18
13	32	12	33	27
36	41	45	9	38
13	32	33	14	18

مثل هذه المبيعات بمخطط الساق والأوراق، ثم أوجد كلًا من الوسيط والمنوال.

السؤال الثالث:

مثل الجدول الآتى بالمدرج التكرارى :

الفترات	1 –	11 –	21 –	31 –	41 –
التكرار	8	12	36	24	20

السؤال الرابع:

فيما يلى الطول بالسنتيمتر لعدد 32 طالبًا :

134	140	152	134
143	147	132	144
142	133	151	148
148	141	139	140
144	131	142	130
137	145	135	135
146	132	138	136
139	149	144	130

(1) كون جدولاً تكراريًا ذى مجموعات مستخدماً الفترات (130 –، 135 –، ...) ثم مثله بمدرج تكرارى.

(2) ما عدد الطلاب الذين يقل طول كل منهم عن 145 سم ؟

السؤال الخامس:

يبين الجدول الآتى مبيعات أحد محال بيع الكمبيوتر خلال العام الماضى :

النوع	التكرار
كمبيوتر شخصى	60
كمبيوتر محمول	100
تابلت	80
قطع إلكترونية	240

مثل هذه البيانات بمخطط بيانى مناسب

السؤال السادس:

يبين الجدول الآتى مدخرات طلاب الصف الأول الإعدادى بإحدى المدارس :

الفترات	التكرار
1 –	6
101 –	10
201 –	18
301 –	12
401 –	8

مثل هذه المدخرات بالمدرج التكرارى

السؤال السابع:

يوضح مخطط الساق والأوراق المقابل متوسط عمر البطارية لعدد 25 تليفون محمول :

(1) ارسم المخطط الصندوقى لهذه البيانات.

(2) ما عدد التليفونات المحمولة التى يكون متوسط عمر البطاريات لديها أكثر من 17 ساعة ؟

(3) أوجد النسبة المئوية للتليفونات المحمولة التى يكون متوسط عمر البطاريات لديها أقل من 12 ؟

الساق	الأوراق
0	8 9
1	0 1 1 2 2 2 3 4 5 6 7 8 9
2	0 2 5 6 7 8 9 9
3	1 2

المفتاح | 3\|2 تمثل 32 ساعة

2 الوسط الحسابي

هو أحد مقاييس النزعة المركزية (وهي التي تصف مركز تجمع مجموعة من البيانات)

مقاييس النزعة المركزية

① الوسط الحسابى (المتوسط)	② الوسيـط	③ المنـوال
الوسط الحسابى $= \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددهم}}$	الوسيط هو القيمة التى تتوسط القيم بعد ترتيبها	المنوال هو القيمة الأكثر شيوعاً أو الأكثر تكراراً
فمثلاً : الوسط الحسابى للقيم 7,4,11,8,5 يساوى $\frac{7+4+11+8+5}{5}=7$	فمثلاً : • الوسيط لمجموعة القيم 2،2،3،4،6،9،9 يساوى 4 • الوسيط لمجموعة القيم 2,3,4,6,9,17 يساوى $\frac{4+6}{2}=5$	فمثلاً : • المنوال للقيم : 8,7,3,7,6,0,9,7 يساوى 7 • بينما المنوال للقيم 7،8،3،7،6،0،5،8 هو 7 ، 8 (ثنائية المنوال) • أما القيم 7،8،3،5،0،2 ليس لها منوال

تدريب

إذا كانت كتلة مجموعة من اللاعبين كالتالي 59 , 47 , 65 , 41 . فأوجد الوسط الحسابي لكتل اللاعبين

....

....

....

مثال

إذا كانت درجات مجموعة من الطلاب عددهم 4 طلاب ثلاثة منهم كالتالي: 57 , 60 , 50 فأوجد درجة الطالب الرابع التي تجعل متوسط الدرجات الأربعة 55 درجة

الحل

عدد الدرجات = 4 , متوسط الدرجات = 55 , مجموع الدرجات = ...

مجموع الدرجات = متوسط الدرجات × عدد الدرجات = 55 × 4 = 220

220 – (57 + 60 + 50) = 220 – 167 = 53

الدرجة الرابعة = 53

الأعـداد : 42 ، 55 ، 75 ، 55 ، 47 تمثـل أعـداد الأطفـال الحاصليـن علـى تطعيم شـلل الأطفال فى خمسة أيام.
إذا كان عـدد الحاصليـن علـى التطعيم فى اليوم السـادس هو 95 طفـلاً ، فـأى مـن العبارات الآتية تكون صحيحة ؟

أ الوسيط ينقص ب المنوال يزداد جـ المتوسط ينقص د المتوسط يزداد

42 , 47 , 55 , 55 , 75

42 , 47 , 55 , 55 , 75 , 95

① الوسيط

قبل	بعد
55	55

② المنوال

قبل	بعد
55	55

③ المتوسط

قبل	بعد
54.8	61.5

أ الوسيط ينقص	ب المنوال يزداد	جـ المتوسط ينقص	د المتوسط يزداد
خطأ	خطأ	خطأ	صح

بصورة عامة

① الوسط الحسابى

عند إضافة قيمة للأعمار الخمسة:
- أقل من الوسط الحسابى ← فإن الوسط الحسابى الجديد يقل
- تساوى الوسط الحسابى ← فإن الوسط الحسابى الجديد لا يتغير
- أكبر من الوسط الحسابى ← فإن الوسط الحسابى الجديد يزداد

② الوسيط

عند إضافة قيمة للأعمار الخمسة:
- أقل من الوسيط ← فإن الوسيط الجديد لا يزداد
- تساوى الوسيط ← فإن الوسيط الجديد لا يتغير
- أكبر من الوسيط ← فإن الوسيط الجديد لا يقل

الوسط الحسابي لتوزيع تكراري

يمكنك حساب الوسط الحسابى لتوزيع تكرارى باستخدام الصيغة الرياضية التالية :

$$\text{الوسط الحسابى } (\bar{x}) = \frac{\Sigma\,(f.X)}{\Sigma\, f}$$

حيث : $\Sigma\, f$ هو مجموع التكرارات و $\Sigma\,(f.X)$ هو مجموع حواصل ضرب f فى X.

مثال

يوضح الجدول التكرارى المقابل المصروف اليومى لطالب خلال أسبوع واحد.

أوجد متوسط المصروف اليومى لهذا الطالب.

المصروف بالجنيه (X)	عدد الأيام (f)
16	2
20	3
25	1
30	1

الحل

X	f	$f.X$
16	2	32
20	3	60
25	1	25
30	1	30
المجموع	7	147

متوسط المصروف اليومى $= \frac{\Sigma\,(f.X)}{\Sigma\, f}$

$= \frac{147}{7} = 21$ جنيهاً.

تدريب

إذا كانـت كتل فريـق الكاراتيه بالمدرسة بالكيلو جرام موضحة فى الجدول التالى :

الكتلة (كجم)	التكرار
71	1
72	2
73	4
74	3
75	5
76	3
77	2

احسب الوسـط الحسابى لكتل هؤلاء اللاعبين.

مثال يبين الجدول الآتى عدد ساعات العمل لمجموعة من العمال :

عدد الساعات (x)	5	6	7	8	9	10
عدد العمال (f)	12	n	30	39	16	9

أوجد عدد العمال الذين يعملون 6 ساعات بحيث يكون الوسط الحسابى لعدد ساعات العمل 7.5 ساعة.

الحل

x	f	$f.x$
5	12	60
6	n	6 n
7	30	210
8	39	312
9	16	144
10	9	90
المجموع	n + 106	6 n + 816

$$\overline{x} = \frac{\Sigma\,(f.x)}{\Sigma\,f}$$

$$\frac{15}{2} = \frac{6\,n + 816}{n + 106}$$

$$15\,(n + 106) = 2\,(6\,n + 816)$$

$$15\,n + 1590 = 12\,n + 1632$$

$$15\,n - 12\,n = 1632 - 1590$$

$$3\,n = 42$$

$$n = \frac{42}{3} = 14$$

تدريب

يبين الجدول الآتى عدد الأطفال لمجموعة من الأسر.

عدد الأطفال	عدد الأسر
0	20
1	40
2	60
3	80
4	m

ما عدد الأسر التى لديها 4 أطفال بحيث يكون الوسط الحسابى لعدد الأطفال 3 أطفال ؟

....

ملاحظة

بيانات مضللة

استخدام الوسط الحسابى دون النظر إلى التوزيع العام للبيانات، يمكن أن يكون مضللاً. فإذا كانت هناك بعض القيم المتطرفة (الكبيرة جدًا أو الصغيرة جدًا) يمكن أن يؤثر ذلك بشكل كبير على الوسط الحسابى، ولذلك من الأفضل فى هذه الحالة استخدام الوسيط أو المنوال.



الواجب

السؤال الأول: إختر الأجابة الصحيحة

① إذا كان لمجموعة من البيانات :
$\Sigma f = 10$ ، $\Sigma (f.X) = 40$ فما قيمة $\overline{X}$ ؟

(أ) 4   (ب) 30
(جـ) 50   (د) 400

② إذا كان لمجموعة من البيانات :
$\Sigma (f.X) = 1500$ ، $\overline{X} = 20$ فما قيمة Σf ؟

(أ) 75   (ب) 150
(جـ) 3000   (د) 30000

③ حصلت ساندى على الدرجات 18 , 17 , 16 , 15 , 18 خمسة اختبارات لمادة الرياضيات. إذا حذفت المعلمة الدرجة الصغرى فأى مما يأتى صحيح ؟

(أ) المتوسط يقل   (ب) الوسيط يقل
(جـ) المتوسط يزداد   (د) الوسيط لم يتغير

④ إذا كان الوسيط لثمانية أعداد فردية متتالية هو 22 فما الوسط الحسابى لأكبر عددين ؟

(أ) 25   (ب) 26
(جـ) 28   (د) 29

⑤ إذا كان الوسط الحسابى لستة أعداد زوجية متتالية هو 35 فما أصغر هذه الأعداد ؟

(أ) 36   (ب) 34
(جـ) 32   (د) 30

⑥ إذا نظمت بعض البيانات بمخطط الساق والأوراق الآتى ، فما الوسط الحسابى لهذه البيانات ؟

الساق	الأوراق
1	0 2 9
2	4 5 5 6 7
3	4 8

المفتاح: 3|4 تعنى 34

(أ) 22
(ب) 23
(جـ) 24
(د) 25

⑦ إذا كان الوسط الحسابى لدرجات مجدى خلال 4 اختبارات هو 16 درجة، فما الدرجة التى يجب على مجدى الحصول عليها فى الاختبار الخامس ليكون متوسطه عن الاختبارات كلها 18 درجة ؟

(أ) 24   (ب) 25
(جـ) 26   (د) 27

⑧ أربعة أعداد متوسط أول عددين 25 ومتوسط العددين الأخيرين 34 فما متوسط الأعداد الأربعة ؟

(أ) 27.5   (ب) 28
(جـ) 29.5   (د) 30

⑨ إذا نظمت بعض البيانات بمخطط الساق والأوراق الآتى ، فما الوسط الحسابى لهذه البيانات ؟

الساق	الأوراق
1	0 2 9
2	4 5 5 6 7
3	4 8

المفتاح: 3|4 تعنى 34

(أ) 22
(ب) 23
(جـ) 24
(د) 25

⑩ إذا كان الوسط الحسابى للأعداد :
$X+3$, $X-4$, $2X+5$, 6 , X هو 8
فما قيمة X ؟

(أ) 3   (ب) 4
(جـ) 5   (د) 6

⑪ الوسط الحسابى لدرجات 6 تلاميذ هو 79 درجة ، فإذا تمت إضافة درجتى تلميذين جديدين إلى هذه الدرجات زاد الوسط الحسابى إلى 82 درجة فما الوسط الحسابى للتلميذين الجديدين ؟

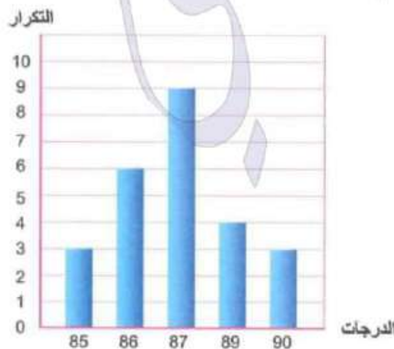
(أ) 81   (ب) 86
(جـ) 92   (د) 91

⑫ إذا كان الوسط الحسابى لخمسة أعداد صحيحة هو 16 ، وكان الوسيط 17 والمنوال 13 فما أكبر هذه الأعداد ؟

(أ) 18   (ب) 19
(جـ) 28   (د) 29

⑬ يوضح الشكل المقابل درجات 25 طالبًا ، فما الوسط الحسابى للدرجات ؟

(أ) 86
(ب) 87
(جـ) 87.2
(د) 87.5



السؤال الثاني:

① إذا كان الوسط الحسابى للأعداد

$2n-2$, 14 , $n+3$, 16 هو 15.25،

أوجد الوسيط لهذه الأعداد.

السؤال الثالث:

يبين الجدول المقابل عدد الدقائق التى يقضيها مجموعة من الأشخاص فى المحادثات التليفونية.

احسب متوسط ما يقضيه الشخص فى المحادثة التليفونية.

عدد الدقائق	2	3	4	5	6
التكرار	12	20	36	20	12

السؤال الرابع:

سُئلت مجموعة من طلاب الصف الأول الإعدادى عن عدد ساعات ممارسة الرياضة فى الأسبوع وكانت الإجابات كما بالجدول المقابل.

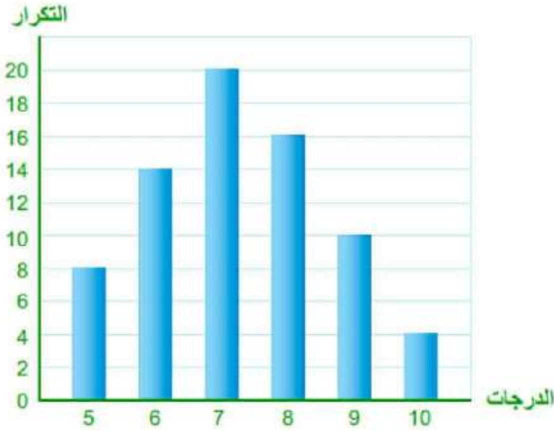
احسب المتوسط الحسابى لعدد ساعات ممارسة الرياضة لهؤلاء الطلاب.

عدد الساعات	8	9	10	11	12
التكرار	6	8	14	8	4

السؤال الخامس:

يوضح الشكل المقابل درجات 72 طالبًا فى امتحان مادة الرياضيات ممثلة بالأعمدة البيانية.

أوجد متوسط درجات الطلاب.



السؤال السادس:

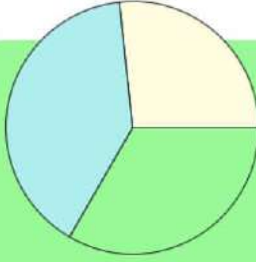
اكتب خمسة أعداد يكون وسطها الحسابى 11 ، والوسيط 12 ، والمنوال 14

السؤال السابع:

إذا كان متوسط مجموعة مكونة من خمسة أعداد صحيحة موجبة مختلفة هو 13 وكان الوسيط هو 17

أوجد أقصى قيمة ممكنة لأكبر هذه الأعداد الصحيحة الخمسة.

3 القطاعات الدائرية



مخطط القطاعات الدائرية هو دائرة مقسمة إلى قطاعات حسب نسبة التكرارات فى كل مجموعة من مجموعات التوزيع، وهو طريقة بيانية مبسطة لإظهار علاقة الأجزاء بالكل من خلال مقارنة مساحات الأجزاء بشكل مرئى.

لاحظ أن : مجموع النسب فى القطاعات الدائرية = 100%

مثال

يمثل الجدول المقابل عدد الأصوات التى حصل عليها كل من خالد وأنس وحمزة فى انتخابات الفصل. استخدم مخطط القطاعات الدائرية لتمثيل هذه البيانات.

اسم الطالب	عدد الأصوات
خالد	8
أنس	12
حمزة	10

الحل

◂ احسب العدد الكلى للأصوات : $8 + 12 + 10 = 30$

◂ احسب قياس الزاوية المركزية التى تمثل عدد أصوات كل مرشح :

$$\text{قياس الزاوية المركزية} = \frac{\text{عدد أصوات كل مرشح}}{\text{العدد الكلى}} \times 360^\circ$$

«خالد» $\frac{8}{30} \times 360^\circ = 96^\circ$

«أنس» $\frac{12}{30} \times 360^\circ = 144^\circ$

«حمزة» $\frac{10}{30} \times 360^\circ = 120^\circ$

◂ ارسم دائرة مناسبة، وارسم الزاوية المركزية التى تمثل عدد أصوات كل مرشح.

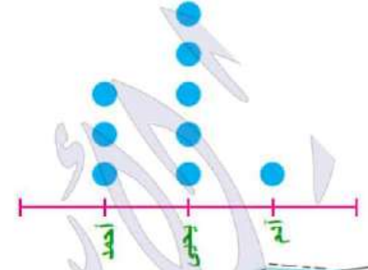
خطوات الرسم

- ارسم دائرة بالفرجار.
- ارسم نصف قطر فى الدائرة.
- ارسم زاوية مركزية قياسها °96 حيث يمثل هذا القطاع عدد أصوات خالد.
- استخدم نصف القطر الجديد لرسم زاوية مركزية قياسها °144 حيث يمثل هذا القطاع عدد أصوات أنس.
- الجزء المتبقى يمثل عدد أصوات حمزة حيث إنه قطاع دائرى قياس زاويته المركزية °120



تدريب

يمثل مخطط النقاط التالى إسهامات ثلاثة أصدقاء (بالألف جنيه) فى أحد المشروعات.
مثل نصيب كل منهم فى المشروع مستخدمًا القطاعات الدائرية.



مثال

فى استبيان لمجموعة من الأشخاص عن الرياضة المفضلة لديهم، وكانت نتائج الاستبيان كما يلى :

الرياضة	كرة اليد	كرة السلة	كرة القدم	الكرة الطائرة
النسبة	15 %	25 %	45 %	....

مثل نتائج الاستبيان بالقطاعات الدائرية.

الحل

◂ أوجد النسبة المئوية للكرة الطائرة :

$100\% - (45\% + 25\% + 15\%) = 15\%$

◂ احسب قياس الزاوية المركزية التى تمثل كل رياضة :

«كرة اليد» $\frac{15}{100} \times 360° = 54°$

«كرة السلة» $\frac{25}{100} \times 360° = 90°$

«كرة القدم» $\frac{45}{100} \times 360° = 162°$

«الكرة الطائرة» $\frac{15}{100} \times 360° = 54°$



تدريب

رصد أحد الأسواق التجارية حركة البيع أثناء اليوم فكانت النتائج كالآتى :

مكونات السوق التجارى	النسبة
مواد غذائية	45 %
ألبان	35 %
عصائر ومشروبات	....
حلويات	5 %

مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.

مثال

يوضح الشكل الآتى كيف يقضى باسم ساعات يومه بالكامل :



ارسم مخطط القطاعات الدائرية الذى يعبر عن تلك الممارسات.

الحل

◂ من الشكل السابق استنتج الجدول التالى :

الممارسة	النوم	المدرسة	الواجبات المدرسية	الترفيه	أخرى
النسبة	30 %	25 %	10 %	20 %	15 %

◂ احسب قياس الزاوية المركزية التى تمثل كل ممارسة :

«النوم» $\frac{30}{100} \times 360° = 108°$

«المدرسة» $\frac{25}{100} \times 360° = 90°$

«الواجبات المدرسية» $\frac{10}{100} \times 360° = 36°$

«الترفيه» $\frac{20}{100} \times 360° = 72°$

«أخرى» $\frac{15}{100} \times 360° = 54°$



◂ ارسم دائرة مناسبة، وارسم الزاوية المركزية التى تمثل كل ممارسة.

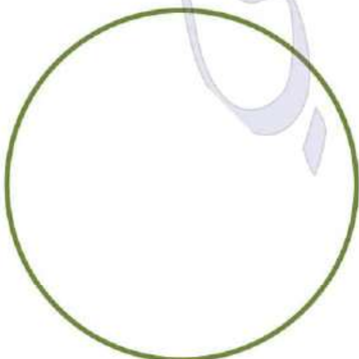
تدريب

فى استبيان مجموعة من الأشخاص عن أى فصول السنة يفضلون.

كانت نتائج الاستبيان كما يلى :



• مثل نتائج الاستبيان بالقطاعات الدائرية.



....

....

....

....

تدريب

يمثل المخطط البيانى الآتى بث قناة تليفزيونية لمدة 10 ساعات لأحد الأيام.



- أوجد النسبة المئوية لعدد ساعات بث البرامج الترفيهية.
- أوجد قياس الزاوية المركزية فى قطاع البرامج الثقافية.

....

....

....

....

مثال

يوضح الجدول التالى عدد أعضاء أحد الأندية من الأطفال والشباب حسب أعمارهم. مثل النتائج بالقطاعات الدائرية.

الفترات (الأعمار)	1 –	11 –	21 –	31 –
عدد الأعضاء (التكرار)	900	1200	2700	2400

الحل

حيث إن مجموع قياسات الزوايا المركزية فى الدائرة $360°$ ،

مجموع التكرارات $= 900 + 1200 + 2700 + 2400 = 7200$

، قياس الزاوية المركزية $= \frac{\text{التكرار}}{\text{مجموع التكرارات}} \times 360°$

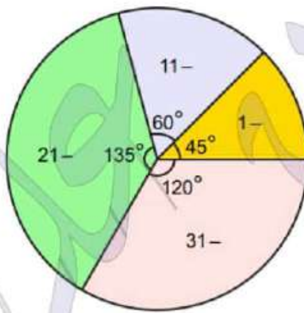
◂ احسب قياس الزاوية المركزية التى تمثل كل فترة.

«الفترة – 1» $\frac{900}{7200} \times 360° = 45°$

«الفترة – 11» $\frac{1200}{7200} \times 360° = 60°$

«الفترة – 21» $\frac{2700}{7200} \times 360° = 135°$

«الفترة – 31» $\frac{2400}{7200} \times 360° = 120°$



تدريب

رصدت المعلمة درجات 30 طالبًا فى امتحان الفصل الدراسى الأول وكانت النتائج كالآتى :

الدرجات	عدد الطلاب
1 –	6
9 –	16
17 –	8

مثل هذه النتائج بالقطاعات الدائرية.

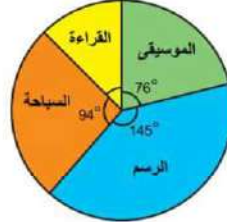
الواجب

السؤال الأول: إختر الأجابة الصحيحة

① فى استبيان شمل 2000 بنت عن هواية واحدة تفضلها كما هو موضح بمخطط القطاعات الدائرية المقابل.

أى هواية تمارسها البنات أكثر من غيرها؟

(أ) الرسم (ب) الموسيقى
(جـ) السباحة (د) القراءة



② ما قياس الزاوية المركزية التى تقابل قطاع القراءة؟

(أ) 35° (ب) 45°
(جـ) 86° (د) 104°

③ ما الهواية التى تمارسها $\frac{1}{4}$ البنات تقريبًا؟

(أ) الرسم (ب) الموسيقى
(جـ) السباحة (د) القراءة

④ عند تمثيل الجدول المقابل بمخطط القطاعات الدائرية، فما قياس الزاوية المركزية التى تقابل قطاع القهوة ؟

نوع المشروب	القهوة	الشاى	العصائر
عدد الأشخاص	150	350	100

(أ) 45° (ب) 90°
(جـ) 120° (د) 150°

⑤ يوضح مخطط القطاعات الدائرية المقابل عدد الكتب التى قرأها 300 طالب فى المدرسة، ما عدد الطلاب الذين قرأوا أقل من 4 كتب؟



(أ) 51 (ب) 77
(جـ) 231 (د) 282

السؤال الثاني:

فى إحدى مباريات التنس لوحظ أن أحد اللاعبين قد حقق 15 ضربة ساحقة، موزعة حسب الجدول المقابل.
ارسم مخطط القطاعات الدائرية الذى يمثل ذلك التوزيع.

المجموعات	الأولى	الثانية	الثالثة
عدد الضربات	7	3	5

السؤال الثالث:

فى استبيان شمل مجموعة من طلاب الصف الأول الإعدادى كانت النتائج بالجدول المقابل.حول لونهم المفضل،
ارسم مخطط القطاعات الدائرية لتمثيل هذا الجدول.

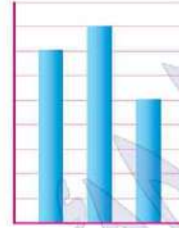
اللون المفضل	النسبة
الأحمر	25 %
الأزرق	30 %
الأخضر	10 %
الأصفر	35 %

السؤال الرابع:

توضح الأعمدة البيانية التالية توزيع الطلاب فى الأنشطة الصيفية حسب رغباتهم. أكمل الجدول التالي :

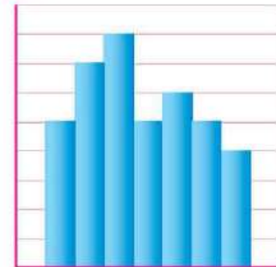
النشاط	كرة سلة	كرة قدم	كرة يد
النسب			

تم مثل البيانات بالقطاعات الدائرية.



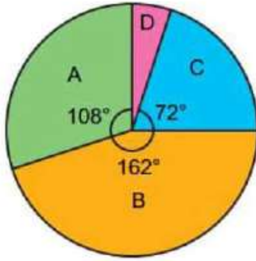
السؤال الخامس:

يوضح المدرج التكرارى التالى الوقت المنقضى فى استخدام التليفون المحمول أسبوعيًا لـ تلميذًا. مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.

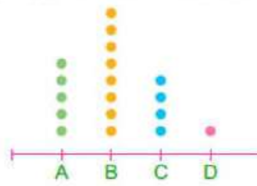


السؤال السادس:

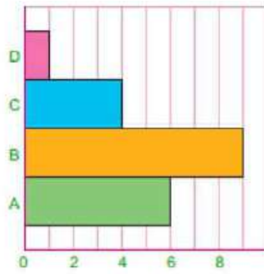
مثل باستخدام القطاعات الدائرية توزيع ثلاثة أنواع مختلفة من الأقلام المبيعة فى مكتبة ذات العلامات التجارية $x ، y ، z$ حيث $x : y : z = 3 : 5 : 10$



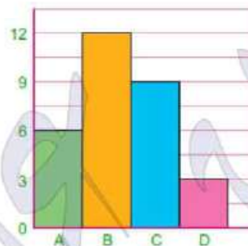
مخطط القطاعات الدائرية المرسوم يمثل أيًا من هذه التوزيعات ؟



(أ)



(ب)



(جـ)